

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DEL 24·VI·2019

Svolgi questo compito descrivendo sinteticamente i tuoi procedimenti e motivando ogni risposta. Risultati e calcoli privi di spiegazione potrebbero non essere valutati.

Ti è permesso l'uso di:

- macchine calcolatrici non programmabili né grafiche,
- strumenti da scrittura e disegno,
- libri, appunti, quaderni, e ogni altro materiale cartaceo.

Il compito consta di un totale di nove domande, la risposta corretta a ciascuna delle quali vale quattro punti. Ricorda che le domande di ciascun esercizio sono in ordine di difficoltà, per cui le tre domande 1 (cioè A.1, B.1 e C.1) sono le più facili, mentre le tre domande 3 sono le più difficili.

Hai a disposizione 2 ore e 30 minuti.



ESERCIZIO A

L'80% delle e-mail ricevute da una certa ditta è spam (messaggi commerciali indesiderabili), e i tre quarti di questi contengono la parola "compra". Questa parola è anche presente nel 5% delle e-mail genuine.

- A.1 – Gli informatici di questa ditta (con una scelta, forse, un po' aggressiva) decidono di scartare tutte le e-mail che contengono la parola "compra". Che percentuale di tutte le e-mail ricevute viene scartata in questo modo? Che percentuale delle rimanenti è costituita da spam?
- A.2 – Che probabilità c'è che, presa una e-mail a caso, uniformemente su quelle che contengono la parola "compra", questa sia una e-mail di spam? Prese, indipendentemente, due di queste e-mail, che probabilità c'è che una sola di esse sia spam?
- A.3 – Supponiamo che la parola P compaia in tre quarti dei messaggi di spam e in una frazione x dei messaggi genuini. Traccia un grafico che descrive, in funzione di x , la probabilità che un messaggio a caso, scelto uniformemente fra quelli che contengono la parola P, sia spam.

ESERCIZIO B

Si dice che Talete, nell'anno 560 avanti Cristo, abbia investito un grammo d'oro all'interesse dell'1% annuo (ossia il capitale investito cresce dell'1% ogni anno). Creso, nello stesso anno, possedeva cento chili d'oro, e una rendita perpetua di dieci chili d'oro all'anno.

- B.1 – Traccia un grafico che mostri, su una scala logaritmica, due curve che rappresentino il capitale di Talete e di Creso (o, diciamo, dei loro eredi) da allora fino ad oggi.
- B.2 – Da quando Talete è più ricco di Creso?
- B.3 – Tutto l'oro del mondo, messo insieme, formerebbe un cubo di venticinque metri di lato, e la densità dell'oro è di 19.3 grammi al centimetro cubo. Oggi, che percentuale di tutto l'oro del mondo possiede Talete?

ESERCIZIO C

Considera la funzione $f(x) = 3 - x - \frac{2}{x}$

- C.1 – Per quali valori positivi della x , la funzione $f(x)$ assume valori positivi? Traccia il grafico di f per x positive.
- C.2 – Calcola l'area della regione del quadrante $x, y > 0$ compresa sotto il grafico di f .
- C.3 – Per quali valori positivi di k l'equazione $f(x) = k$ ammette almeno una soluzione positiva?