

ESEMPIO DI PROVA SCRITTA

Svolgi questo compito descrivendo sinteticamente i tuoi procedimenti e motivando ogni risposta. Risultati e calcoli privi di spiegazione potrebbero non essere valutati.

Ti è permesso l'uso di:

- macchine calcolatrici non programmabili né grafiche,
- strumenti da scrittura e disegno,
- libri, appunti, quaderni, e ogni altro materiale cartaceo.

Il compito consta di un totale di nove domande, la risposta corretta a ciascuna delle quali vale quattro punti.

Hai a disposizione 2 ore e 30 minuti.

ESERCIZIO A

Dieci scalatori, che chiameremo A, B, C...L, hanno salito il Monviso in momenti diversi. Giunto al Passo delle Sagnette, ciascuno dei dieci ha letto la seguente quota sul suo altimetro, in metri sul livello del mare

A	B	C	D	E	F	G	H	I	L
2978	3004	2980	3012	2946	2972	2946	2990	2997	2947

Giunti in vetta, hanno invece letto la quota seguente

A	B	C	D	E	F	G	H	I	L
3828	3858	3836	3852	3818	3826	3789	3846	3858	3806

Supponendo che gli strumenti usati dagli scalatori siano di qualità simile e correttamente adoperati:

- A.1 – Che quota puoi dare per il passo e che quota per la vetta? Indica l'errore decidendo se usare la forma assoluta o relativa, e motiva la tua scelta.
- A.2 – ~~Supponendo che gli errori sulla quota della vetta si distribuiscano in maniera Gaussiana, stima i parametri della distribuzione e tracciane un grafico approssimativo.~~
- Non in programma*
- A.3 – Stima la differenza di quota fra il passo e la vetta, con il relativo errore.

ESERCIZIO B

Un gioco è basato su due urne A e B, ciascuna delle quali contiene un certo numero di palle uguali salvo per il colore, che può essere bianco o nero.

Supponiamo che l'urna A contenga 10 palle bianche e 20 nere, mentre l'urna B ne contenga 40 bianche e 30 nere.

- B.1 – Un giocatore sceglie un'urna, casualmente, con probabilità uniforme, fra A e B. Poi estrae da quest'urna una palla, anch'essa con probabilità uniforme. Quale è la probabilità che la palla estratta sia nera?
- B.2 – Il giocatore constata di aver estratto una palla nera. Ora, procede a estrarre una nuova palla dalla medesima urna (senza rimettere dentro quella estratta in precedenza). Con che probabilità la nuova palla è nera?
- B.3 – Supponiamo che, all'inizio del gioco, il giocatore abbia l'opportunità di distribuire le 100 palle, che sono 50 bianche e 50 nere, come egli desidera fra le due urne, a patto di metterne almeno una per urna, e di metterle in totale tutte e 100. Poi verrà scelta un'urna a caso con probabilità uniforme e da questa verrà estratta una palla con probabilità uniforme. Il giocatore vince se la palla estratta è nera. C'è o no una distribuzione che gli permette di vincere con più del 70% di probabilità?

ESERCIZIO C

Supponiamo che il fegato di Homer metabolizzi una certa percentuale costante dell'alcol nella sua circolazione sanguigna in ogni unità di tempo.

- C.1 – Indicando con $A(t)$ il tasso alcolemico di Homer al tempo t , che equazione differenziale rappresenta l'andamento nel tempo di $A(t)$? Che forma ha la soluzione generale di questa equazione?
- C.2 – Misurando il tasso alcolemico di Homer, a intervalli, un po' dopo che ha assunto una bevanda alcolica, si rilevano i valori seguenti. Stima i parametri della soluzione corrispondente, e traccia un grafico di dati e soluzione che riporti $A(t)$ in scala logaritmica.

t_0	$t_0 + 10 \text{ min}$	$t_0 + 20 \text{ min}$	$t_0 + 30 \text{ min}$	$t_0 + 60 \text{ min}$	$t_0 + 120 \text{ min}$
2.40 mg/l	2.00 mg/l	1.65 mg/l	1.35 mg/l	0.80 mg/l	0.25 mg/l

- C.3 – Basandoti sui parametri stimati al punto precedente, quanto impiega Homer a smaltire metà dell'alcol che ha in corpo? Quanto alcol dovrebbe assumere Homer ogni minuto per mantenere un tasso alcolemico costante di un milligrammo al litro?