

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DEL 19·II·2019

Svolgi questo compito descrivendo sinteticamente i tuoi procedimenti e motivando ogni risposta. Risultati e calcoli privi di spiegazione potrebbero non essere valutati.

Ti è permesso l'uso di:

- macchine calcolatrici non programmabili né grafiche,
- strumenti da scrittura e disegno,
- libri, appunti, quaderni, e ogni altro materiale cartaceo.

Il compito consta di un totale di nove domande, la risposta corretta a ciascuna delle quali vale quattro punti. Ricorda che le domande di ciascun esercizio sono in ordine di difficoltà, per cui le tre domande 1 (cioè A.1, B.1 e C.1) sono le più facili, mentre le tre domande 3 sono le più difficili.

Hai a disposizione 2 ore e 30 minuti.



ESERCIZIO A

Un negativo fotografico (in bianco e nero) è costituito da un materiale parzialmente trasparente, la cui opacità dipende dall'esposizione alla luce che ha ricevuto prima dello sviluppo. La *trasmissione* di un negativo è definita come la frazione T , della luce incidente sul negativo, che lo attraversa. Per esempio, un negativo completamente opaco ha trasmissione 0, e uno completamente trasparente ha trasmissione 1. Un negativo che abbia trasmissione 0.1 lascia passare un decimo della luce che lo colpisce. La *densità ottica* D è definita in funzione della trasmissione dalla formula:

$$D = -\log_{10} T$$

La tabella seguente lega il logaritmo dell'esposizione H , che assumiamo indicata in lux-secondi ($\text{lx} \cdot \text{s}$), alla densità che ne risulta (per un certo tipo di pellicola).

$\log_{10} H$	D	$\log_{10} H$	D	$\log_{10} H$	D	$\log_{10} H$	D
-2.20	0.18	-1.30	0.54	-0.40	1.28	0.50	1.83
-1.90	0.25	-1.00	0.78	-0.10	1.55	0.80	1.85
-1.60	0.39	-0.70	1.03	0.20	1.73		

A.1 – Traccia un grafico cartesiano che riporti $\log_{10} H$ in ascissa e D in ordinata. Quale esposizione ha ricevuto un negativo che lascia passare il 5% della luce incidente?

A.2 – Nella regione centrale del grafico, la legge che lega T ad H ha la forma:

$$T = \text{costante} \cdot H^{-\gamma}$$

Determina il valore di γ .

A.3 – Supponendo di sapere la relazione $T = 0.025 \cdot H^{-0.6}$, se conosci H con un errore relativo del 10%, con quale errore relativo puoi calcolare T ? (Attenzione: la relazione data è puramente ipotetica: 0.6 non è la risposta al punto A.2.)

ESERCIZIO B

Il *rischio relativo* è il rapporto tra la probabilità che un certo effetto si verifichi fra i soggetti esposti a un determinato fattore, e la probabilità che l'effetto si verifichi fra i soggetti che non sono esposti a quel fattore.

- B.1 – In una certa popolazione, c'è il 20% di fumatori. In questa popolazione, il cancro al polmone colpisce 2 000 persone ogni 100 000, delle quali 1 500 sono fumatori. Quale percentuale dei fumatori contrae il cancro al polmone? Quale percentuale dei non fumatori? Che rischio relativo c'è, per i fumatori, di contrarre la malattia?
- B.2 – Nella popolazione della domanda precedente, supponiamo di scegliere casualmente, uniformemente, quindici fumatori. Quale è la probabilità che una o più di queste persone sviluppino il cancro al polmone?
- B.3 – Nella stessa popolazione, si vogliono indagare, in particolare, i fumatori di sigaro toscano. Studiando un campione casuale di 1 000 fumatori di toscano, si osserva che 30 di questi si ammalano di cancro al polmone. Calcola il rischio relativo di ammalarsi per i fumatori di toscano (raffrontato ai non fumatori), dando una stima dell'errore standard.

ESERCIZIO C

Considera la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = 0.8 \cdot e^{x - \frac{x^2}{10}}$$

- C.1 – Traccia il grafico di f sul modulo millimetrato che ti è stato consegnato.
- C.2 – Risolvi l'equazione $f(x) = x$ con la precisione della quarta cifra decimale.
- C.3 – Stima il valore degli integrali

$$I_1 = \int_0^{10} f(x) \, dx \quad \text{e} \quad I_2 = \int_{-1000}^{1000} f(x) \, dx$$

Non in programma