

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA ONLINE DI MATEMATICA DEL 20-VII-2020

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi usare altri strumenti elettronici salvo il computer, e strettamente per leggere il compito e inviare le risposte. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione un'ora e 30 minuti.



ESERCIZIO A

Trova:

1. un polinomio di primo grado $f(x)$ tale che $f(1) = 2$ e $f(0) = 7$;
2. una funzione esponenziale $g(x)$ tale che $g(2) = 10^6$ e $g(4) = 3 \cdot 10^4$;
3. il minimo valore assunto dalla funzione $h(x) = 2x^4 - x$.

ESERCIZIO B

Una certa linea elettrica, quando trasporta 1 GW di potenza, ne disperde il 5% ogni 100 km della sua lunghezza. In generale, la potenza dispersa per unità di lunghezza della linea è proporzionale al quadrato di quella trasmessa. Sapendo che la linea è lunga 200 km e trasporta 700 MW, supponendo che la corrente elettrica, all'ingrosso, costi 5 centesimi di euro al $\text{kW} \cdot \text{h}$, calcola la spesa per l'energia dispersa dalla linea ogni minuto (in euro e centesimi di euro).

ESERCIZIO C

Una piscina olimpionica è larga 25.0 m e lunga 50.0 m, con un'incertezza del 2% su entrambe le misure. In essa vengono introdotti sette elefanti del peso totale di 27 ± 1 tonnellate, che giocano a pallanuoto (usando un pallone di peso trascurabile) senza toccare il fondo. Di quanti millimetri si alza il livello della piscina, supponendo che il peso specifico dell'acqua sia di esattamente 1 kg dm^{-3} ? (Indica l'incertezza assoluta.)

Nota: per il principio di Archimede il peso di un corpo galleggiante è pari al peso dell'acqua che riempirebbe il volume immerso del corpo.

ESERCIZIO D

Che punto della retta $x + 2y = 4$ si trova alla minima distanza dall'origine?

ESERCIZIO E

Trova un'equazione differenziale lineare del primo ordine a coefficienti costanti che abbia la soluzione particolare $f(x) = 2^x + 9$. (Scrivi i coefficienti in forma numerica con esattamente cinque cifre significative di precisione, correttamente approssimate).

ESERCIZIO F

Si mettono in un'urna quattro palle da biliardo numerate dall'uno al quattro. Se ne estraggono quindi due, scelte a caso così che tutte le coppie abbiano la medesima probabilità. Il minore dei due numeri estratti è l'ora di inizio di una buffa solennità, il maggiore l'ora in cui termina. Che probabilità c'è che questa solennità sia in corso alle ore due e trenta minuti? Quale è il valore atteso della durata della solennità (in minuti)?