

GIUSTO O SBAGLIATO?

Alcune delle soluzioni degli esercizi seguenti sono giuste, altre sbagliate. Identifica quelle sbagliate, trova gli errori, e correggili.

1. Semplifica  $(x + y)^3 - (x - y)^3$

$$\begin{aligned}(x + y)^3 - (x - y)^3 &= ((x + y) - (x - y))((x + y)^2 + (x + y)(x - y) + (x - y)^2) \\&= 2y(x^2 + y^2 + 2xy + x^2 - y^2 + x^2 + y^2 - 2xy) \\&= 2y(2x^2 + y^2) \\&= 4x^2y + 2y^3\end{aligned}$$

2. Se una spuma scontata del 20% costa la metà di un etto di cecina, al prezzo di un chilo di cecina, quante spume compro senza sconti?

Mezzo etto di cecina costa quanto 0.8 spume, quindi un chilo di cecina, che sono venti mezzi etti, costa quanto  $20 \cdot 0.8$  spume, ossia 16 spume.

3. Risolvi l'equazione  $(x + 2)^2 + x = 0$

$$\begin{aligned}(x + 2)^2 + x &= 0 \\x^2 + 2x + 4 + x &= 0 \\x^2 + 3x + 4 &= 0 \\\Delta &= 9 - 16 < 0\end{aligned}$$

quindi l'equazione non ha soluzioni

4. Briga e Magonza si trovano a 500 km di distanza. Un brigante parte da Briga a mezzogiorno e viaggia verso Magonza ai  $160 \text{ km h}^{-1}$ . Un mago parte da Magonza all'una in punto, e viaggia verso Briga ai  $180 \text{ km h}^{-1}$ . A che ora si incontrano?

All'una il brigante ha percorso 160 km, quindi restano altri 340 km di separazione fra i due personaggi. Ora, entrambi sono in moto, e si avvicinano alla velocità combinata di  $(160 + 180) \text{ km h}^{-1}$ , ossia  $340 \text{ km h}^{-1}$ . I due personaggi impiegano quindi un'ora per incontrarsi, e, di conseguenza, si incontrano alle due.

5. All'una, una colonia di batteri contiene un milione di individui, e il numero di individui raddoppia ogni ora, quanti individui ci sono alle dieci?

Il numero di individui all'ora  $x$  è  $2^x$  milioni. Quindi alle dieci ce ne sono  $2^{10}$  milioni, ossia 1 024 000 000.

6. Risolvi la disequazione  $x^3 > x$

$$\begin{aligned}x^3 &> x \\x^2 &> 1 \\x^2 - 1 &> 0 \\(x + 1)(x - 1) &> 0\end{aligned}$$

Quindi sono soluzioni tutte le  $x$  con  $-1 < x < 1$ .

7. Risolvi l'equazione  $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2x - 2$

$$\frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2x - 2$$

$$x^2 - 1 = (2x - 2)(x - 1)$$

$$x^2 - 1 = 2x^2 - 4x + 2$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

Le soluzioni sono quindi  $x_1 = 1$  e  $x_2 = 3$ .

8. Risolvi il sistema di equazioni  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 4 \\ x + 4y + 9z = 16 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 4 \\ x + 4y + 9z = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + 2z = 3 \\ 3y + 8z = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + 2z = 3 \\ 2z = 6 \end{cases}$$

Da cui  $z = 3$ ,  $y = -3$ ,  $x = 1$ .

9. Risolvi l'equazione  $\sqrt{x + \sqrt{2x}} = x$

$$\sqrt{x + \sqrt{2x}} = x$$

$$x + \sqrt{2x} = x^2$$

$$\sqrt{2x} = x^2 - x$$

$$\sqrt{2x} = x(x - 1)$$

$$2x = x^2(x^2 - 2x + 1)$$

$$0 = x(x^3 - 2x^2 + x - 2)$$

$$0 = x(x^2 + 1)(x - 2)$$

Quindi le soluzioni sono  $x_1 = 0$  e  $x_2 = 2$ .

10. La velocità media lungo un tragitto è definita come la lunghezza del tragitto divisa per il tempo impiegato a percorrerlo. Un'auto viaggia ai  $60 \text{ km h}^{-1}$  per 100 km, poi ai  $120 \text{ km h}^{-1}$  per altri 100 km, completando così un tragitto di 200 km. A che velocità media lo ha percorso?

La velocità media è  $\frac{60 \text{ km h}^{-1} + 120 \text{ km h}^{-1}}{2}$ , quindi  $90 \text{ km h}^{-1}$ .