

UNIVERSITÀ DI PISA  
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE  
PROVA ONLINE DI MATEMATICA DEL 15-II-2021

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi usare altri strumenti elettronici salvo il computer, e strettamente per leggere il compito e inviare le risposte. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione un'ora e 30 minuti.



ESERCIZIO A

1. Secondo la regola discussa nel corso, con quante cifre significative sono espressi i numeri seguenti?

0.006530

$1.0 \cdot 10^6$

170.0

2. Risolvi le seguenti equivalenze:

$$3.4 \cdot 10^{-2} \text{ hgm} = ? \text{ gdm}$$

$$1.7 \cdot 10^{-3} \text{ mg/dm}^3 = ? \text{ }\mu\text{g/mm}^3$$

$$3.2 \cdot 10^2 \text{ m}^{-2} = ? \text{ mm}^{-2}$$

ESERCIZIO B

Una popolazione di microorganismi cresce esponenzialmente, aumentando del 15% ogni ora. Quanti minuti impiega la popolazione per raddoppiare?

Il numero di individui al tempo  $t$  in questa popolazione, che indichiamo con  $f(t)$ , soddisfa un'equazione differenziale del tipo  $f'(t) = k \cdot f(t)$ . Calcola  $k$ , espresso in  $\text{h}^{-1}$ , con tre cifre significative di precisione.

ESERCIZIO C

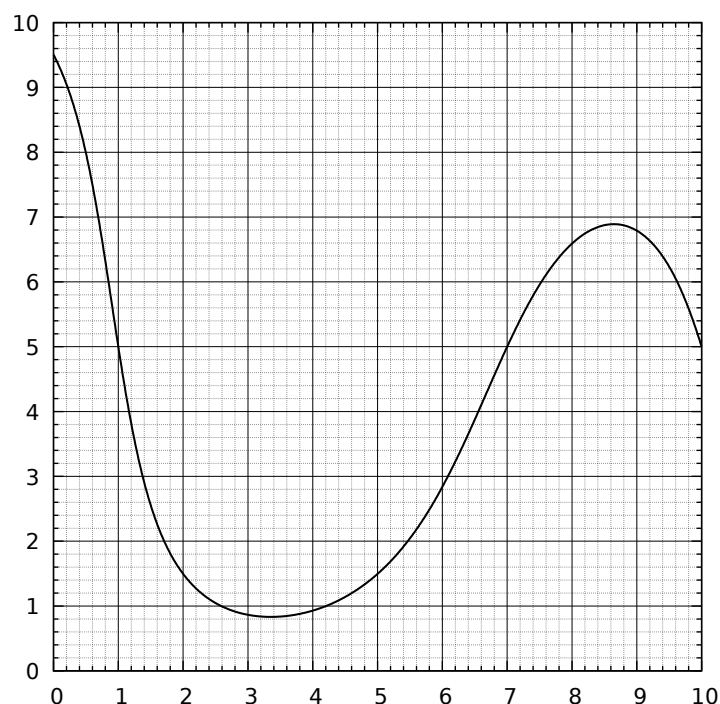
Una struttura orizzontale è sostenuta da due supporti puntiformi: A e B. Per le leggi dell'equilibrio, il peso portato da ciascun supporto è inversamente proporzionale alla distanza fra il baricentro della struttura ed il supporto, ossia:

$$\text{peso su A} : \text{peso su B} = \text{distanza CB} : \text{distanza AC}$$

La distanza AB è pari alla somma  $AC + CB$  e vale 2m. Il peso totale della struttura è pari alla somma dei pesi portati dai due supporti e vale  $30.0 \pm 0.5 \text{ kN}$ . La distanza AC vale  $1.20 \pm 0.05 \text{ m}$ . Calcola il peso retto da A con la relativa incertezza assoluta.

### ESERCIZIO D

Considera la funzione  $f(x)$  rappresentata dal grafico seguente



Calcola approssimativamente:

$$\int_1^9 f(x) \, dx \qquad \int_3^8 f(x) - 2\sqrt{f(x)} \, dx$$

### ESERCIZIO E

È possibile dare la seguente definizione di distanza fra due funzioni,  $f_1$  e  $f_2$ , entrambe definite nell'intervallo  $[-\pi/2, \pi/2]$ .

$$\text{distanza fra } f_1 \text{ e } f_2 = \sqrt{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (f_1(x) - f_2(x))^2 \, dx}$$

1. Calcola la distanza fra  $f_1(x) = \sin(x)$  e  $f_2(x) = 2x$ .
2. Trova la funzione  $g_1(x) = ax + b$  più vicina possibile a  $g_2(x) = \sin(x + 0.2)$ .

*Nota: potrebbe servirti la formula  $(\sin(x))^2 = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$ .*

### ESERCIZIO F

In una popolazione umana, i gruppi sanguigni O, A, B, e AB si presentano rispettivamente nel 30%, 44%, 18% e 8% degli individui. Si è stabilito che il gruppo sanguigno è correlato alla probabilità di contrarre una certa malattia, ed, in particolare, gli individui nei gruppi O, A, B, e AB hanno rispettivamente probabilità  $0.5 \cdot 10^{-4}$ ,  $1 \cdot 10^{-4}$ ,  $1 \cdot 10^{-4}$  e  $2 \cdot 10^{-4}$  di ammalarsi. Che probabilità ha un individuo scelto uniformemente sulla popolazione di contrarre la malattia? Preso uniformemente un individuo nella popolazione fra quelli che si sono ammalati, che probabilità c'è che il suo gruppo sanguigno sia O?