

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA ONLINE DI MATEMATICA DEL 31-V-2021

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi usare altri strumenti elettronici salvo il computer, e strettamente per leggere il compito e inviare le risposte. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione un'ora e 30 minuti.



ESERCIZIO A

Calcola:

1. Una primitiva di $f(x) = 4 \sin(2x)$.
2. I punti stazionari di $g(x) = x^3 - 12x$.
3. $\sum_{i=1}^5 2i^2 - i$.

ESERCIZIO B

Una batteria perde il 10% della sua capacità all'anno.

1. Di quanto, in percentuale, la capacità odierna della batteria supera quella che avrà fra 6 anni?
2. Supponiamo che il costo di una batteria di ricambio sia direttamente proporzionale alla sua capacità. Se si vuole avere sempre a disposizione una certa capacità minima, spendendo, a lungo andare, il meno possibile, ogni quanti anni conviene cambiare la batteria (scrivi il risultato arrotondato alla prima cifra decimale)?

Nota: in questa domanda si trascurano i costi di installazione della batteria nuova e di smaltimento della vecchia, le variazioni del prezzo e delle prestazioni delle batterie nel tempo, il tasso di inflazione, la possibilità di utilizzare un certo numero di batterie più piccole che si sostituiscono a rotazione, etc.

ESERCIZIO C

Su un ettaro di terreno (un quadrato di cento metri di lato) piove, con l'intensità di $2.5 \pm 10\%$ millimetri di pioggia all'ora, per un tempo di 15 ± 1 minuti. Calcola quanti litri d'acqua piovana sono caduti su quel terreno, indicando l'incertezza assoluta.

ESERCIZIO D

Considera la soluzione particolare $f(x)$ dell'equazione differenziale

$$f'' = 4f' + f + 4$$

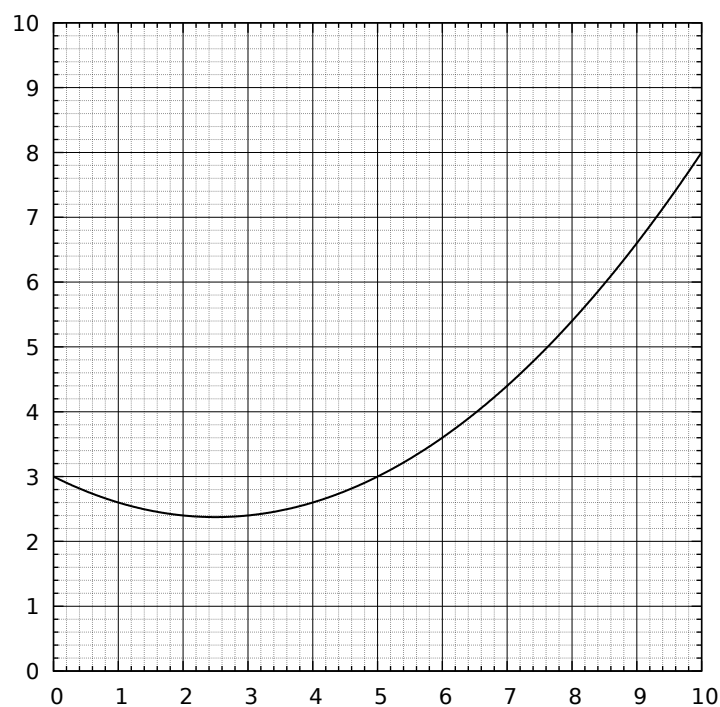
tale che $f(0) = h$ e $f'(0) = k$.

1. Per che valori di h e k la soluzione $f(x)$ è una funzione costante?
2. Per che valori di h e k la soluzione $f(x)$ ha un massimo relativo in $x = 0$?

ESERCIZIO E

Il grafico in figura rappresenta una funzione polinomiale $f(x)$ di secondo grado.

1. Scrivi l'espressione di $f(x)$.
2. Trova il valore di x per cui $x \cdot f(x) = 10$.



ESERCIZIO F

1. Calcola la probabilità di ottenere tante teste quante croci in quattro lanci indipendenti di una moneta (ciascuno dei quali può fare testa o croce con pari probabilità).
2. Ci sono due monete: una equilibrata, che fa testa o croce con uguale probabilità, e una truccata in modo tale da fare testa l'80% delle volte. Si prende a caso, con probabilità uniforme, una delle due monete. Poi si lancia questa moneta quattro volte. E si constata di aver ottenuto più croci che teste. Qual è la probabilità che la moneta scelta fosse quella truccata?