

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DEL 2-XII-2021

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione un'ora e 30 minuti.

ESERCIZIO A

Calcola:

- $\int_0^4 x - x^2 dx = -40/3$
- La derivata di $g(x) = x \cdot \sin(x^2)$ $g'(x) = \sin(x^2) + 2x^2 \cos(x^2)$
- $\sum_{i=1}^5 2^i = 62$

ESERCIZIO B

Il numero di iscritti ad una maratona annuale cresce del 1% ogni anno, ma il numero di coloro che arrivano effettivamente al traguardo diminuisce dello 0.5% ogni anno. Alla prima edizione, tutti i maratoneti sono arrivati.

- Alla decima edizione, che percentuale degli iscritti arriva? 87.4%
- Quanti anni devono passare prima che giungano al traguardo meno della metà degli iscritti? 47 anni

ESERCIZIO C

Ripetendo quattro volte la misura del periodo di oscillazione di un pendolo si ottengono i risultati: 2.65 s, 2.50 s, 2.59 s, 2.55 s.

- Calcola il valore stimato del periodo e la relativa incertezza. $2.57 \pm 0.03 \text{ s}$
- Sapendo che la lunghezza L del pendolo è legata al periodo T dalla formula

$$L = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 g$$

con $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$, calcola la lunghezza L indicando l'incertezza assoluta. $1.64 \pm 0.04 \text{ m}$

ESERCIZIO D

Determina il minimo ed il massimo dei valori assunti da $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ al variare di x nell'intervallo $[0, 1]$. $\min = 1$ $\max = \sqrt{2} \approx 1.414$

ESERCIZIO E

Trova la soluzione generale delle seguenti equazioni differenziali

$$f''(x) = 4f'(x) - 5f(x) \quad g'(x) = x \cdot (g(x))^2$$
$$f(x) = e^{2x} (C_1 \sin(x) + C_2 \cos(x)) \quad g(x) = \frac{-2}{x^2 + C}$$

ESERCIZIO F

Si lanciano due dadi a sei facce uniformi ed indipendenti fra di loro, ottenendo due risultati che rappresentiamo con le variabili aleatorie A e B .

- Calcola il valore atteso di $A + 2B$. 10.5
- Qual è la probabilità dell'evento $AB \leq A + B$? $1/3$