

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DEL 2·XII·2021

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione un'ora e 30 minuti.



ESERCIZIO A

Calcola:

1. $\int_0^4 x - x^2 \, dx$
2. La derivata di $g(x) = x \cdot \sin(x^2)$
3. $\sum_{i=1}^5 2^i$

ESERCIZIO B

Il numero di iscritti ad una maratona annuale cresce del 1% ogni anno, ma il numero di coloro che arrivano effettivamente al traguardo diminuisce dello 0.5% ogni anno. Alla prima edizione, tutti i maratoneti sono arrivati.

1. Alla decima edizione, che percentuale degli iscritti arriva?
2. Quanti anni devono passare prima che giungano al traguardo meno della metà degli iscritti?

ESERCIZIO C

Ripetendo quattro volte la misura del periodo di oscillazione di un pendolo si ottengono i risultati: 2.65 s, 2.50 s, 2.59 s, 2.55 s.

1. Calcola il valore stimato del periodo e la relativa incertezza.
2. Sapendo che la lunghezza L del pendolo è legata al periodo T dalla formula

$$L = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 g$$

con $g = 9.81 \, \text{ms}^{-2}$, calcola la lunghezza L indicando l'incertezza assoluta.

ESERCIZIO D

Determina il minimo ed il massimo dei valori assunti da $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ al variare di x nell'intervallo $[0, 1]$.

ESERCIZIO E

Trova la soluzione generale delle seguenti equazioni differenziali

$$f''(x) = 4f'(x) - 5f(x) \qquad g'(x) = x \cdot (g(x))^2$$

ESERCIZIO F

Si lanciano due dadi a sei facce uniformi ed indipendenti fra di loro, ottenendo due risultati che rappresentiamo con le variabili aleatorie A e B .

1. Calcola il valore atteso di $A + 2B$.
2. Qual è la probabilità dell'evento $AB \leq A + B$?