

Soluzioni degli esercizi del file "giusto o sbagliato?"

Le soluzioni di 2, 4, 8 e 9 sono giuste.

Vediamo ora quella sbagliata

1. Semplifica $(x+y)^3 - (x-y)^3$

$$\begin{aligned}(x+y)^3 - (x-y)^3 &= ((x+y) - (x-y))((x+y)^2 + (x+y)(x-y) + (x-y)^2) \\&= 2y(x^2 + y^2 + 2xy + x^2 - y^2 + x^2 + y^2 - 2xy) \\&= 2y(2x^2 + y^2) \\&= 4x^2y + 2y^3\end{aligned}$$

Vediamo subito che la soluzione non può essere corretta per-
ché con $x=y=1$ abbiamo

$$(x+y)^3 - (x-y)^3 = 2^3 - 0^3 = 8 \quad \neq \quad 4x^2y + 2y^3 = 6$$

L'errore è qui $\Rightarrow$

$$\begin{aligned}&= 2y(\underline{x^2} + y^2 + 2xy + \underline{x^2} - y^2 + \underline{x^2} + y^2 - 2xy) \\&= 2y(\underline{2x^2} + y^2) = \underline{2y(3x^2 + y^2)}\end{aligned}$$

3. Risolvi l'equazione $(x+2)^2 + x = 0$

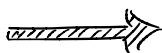
$$\begin{aligned}(x+2)^2 + x &= 0 \\x^2 + 2x + 4 + x &= 0 \\x^2 + 3x + 4 &= 0 \\\Delta = 9 - 16 &< 0\end{aligned}$$

quindi l'equazione non ha soluzioni

Vediamo che l'equazione deve avere soluzioni perché fra
 $x = -2$ e $x = 0$ il polinomio $(x+2)^2 + x$ cambia segno, ossia
 $(-2+2)^2 + (-2) = -2$ **negativo** ma $(0+2)^2 + 0 = 4$ **positivo**, per-
cui, via via che x si sposta da -2 a 0 , il valore di $(x+2)^2 + x$
deve passare per 0 .

L'errore è qui

$$(x+2)^2 = x^2 + \underline{4x} + 4$$



$$(x+2)^2 + x = 0$$

$$x^2 + \underline{2x} + 4 + x = 0$$

5. All'una, una colonia di batteri contiene un milione di individui, e il numero di individui raddoppia ogni ora, quanti individui ci sono alle dieci?

Il numero di individui all'ora x è 2^x milioni. Quindi alle dieci ce ne sono 2^{10} milioni, ossia 1 024 000 000.

Falso, per il testo all'ora $x=1$ c'è un milione di batteri e non $2^1 = 2$ milioni.

6. Risolvi la disequazione $x^3 > x$

$$x^3 > x$$

$$x^2 > 1$$

$$x^2 - 1 > 0$$

$$(x+1)(x-1) > 0$$

Quindi sono soluzioni tutte le x con $-1 < x < 1$.

Vediamo subito che qualcosa non va perché $x=10$ soddisfa la disequazione $x^3 = 1000 > 10 = x$, ma non $-1 < x < 1$.

Qui gli errori sono due

$$x^3 > x$$

$$x^2 > 1$$

$$x^2 - 1 > 0$$

$$(x+1)(x-1) > 0$$

} Questo passaggio è valido solo se $x > 0$

La soluzione di questa è $x < -1$ o $x > 1$.

7. Risolvi l'equazione $\frac{x^2-1}{x-1} = 2x-2$

$$\frac{x^2-1}{x-1} = 2x-2$$

$$x^2-1 = (2x-2)(x-1)$$

$$x^2-1 = 2x^2-4x+2$$

$$0 = x^2-4x+3$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

Le soluzioni sono quindi $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$.

Qui il procedimento algebrico è corretto, ma la soluzione $x_1 = 1$ non è valida perché annulla il denominatore in $\frac{x^2-1}{x-1}$

10. La velocità media lungo un tragitto è definita come la lunghezza del tragitto divisa per il tempo impiegato a percorrerlo. Un'auto viaggia ai 60 km h^{-1} per 100 km, poi ai 120 km h^{-1} per altri 100 km, completando così un tragitto di 200 km. A che velocità media lo ha percorso?

La velocità media è $\frac{60 \text{ km h}^{-1} + 120 \text{ km h}^{-1}}{2}$, quindi 90 km h^{-1} .

Secondo le istruzioni del testo, bisogna calcolare $\frac{\text{lunghezza percorso}}{\text{tempo}}$

Il tragitto è di 200 km. Il primo tratto è stato

percorso in $\frac{100}{60} \text{ h}$, il secondo in $\frac{100}{120} \text{ h}$. Abbiamo quindi

$$\text{velocità media} = \frac{200 \text{ km}}{\frac{100}{60} \text{ h} + \frac{100}{120} \text{ h}} = 80 \text{ km h}^{-1}$$

Il risultato corretto è quindi diverso da quello della soluzione proposta. L'errore consiste nell'applicare un procedimento $\frac{60 \text{ km h}^{-1} + 120 \text{ km h}^{-1}}{2}$ contrario alla definizione data nel testo stesso dell'esercizio.