

es. $172.31 = 172.31 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 = 1.7231 \cdot 10^2$

$0.0092 = 0.0092 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = 9.2 \cdot 10^{-3}$

$154 \cdot 10^9 = 154 \cdot 10^9 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 = 1.54 \cdot 10^{11}$

pro: adatta a numeri molto grandi e molto piccoli
rappresenta chiaramente il numero di cifre significative (vedremo fra due lezioni)

contro: leggermente più complicata della notazione dec.

• Notazione ingegneristica

$14.5 \cdot 10^3, -3.21 \cdot 10^6, 45 \cdot 10^{-9}, 600 \cdot 10^{-18}$

Non è fondamentale conoscerla, corrisponde al tasto $\boxed{\text{ENG}}$ su molte calcolatrici.

regola: la mantissa deve essere < 1000 e ≥ 1 .

l'esponente deve essere multiplo di 3.

pro: si adatta bene ai prefissi SI

es $72 \cdot 10^6 \text{ J} = 72 \text{ MJ}$ "megajoule"

$3.4 \cdot 10^{-15} \text{ s} = 3.4 \text{ fs}$ "femtosecondi"

fino 1.4

Curiosità: come è ben noto ci sono frazioni che, possono essere scritte in notazione decimale, e altre che richiederebbero una quantità illimitata di cifre:

$$\frac{7}{4} = 1.75 \quad \text{ma} \quad \frac{1}{3} = 0.3333... \text{ ad infinitum}$$

Che numero otteniamo dalla somma:

$$0.7777... + 0.2222... = ?$$

$$\left\{ \begin{array}{r} 0.7777... + \\ 0.2222... = \\ \hline 0.9999... \end{array} \right.$$

Possiamo svolgere la somma in colonna

Oppure possiamo convertire i due numeri in frazioni:

$$\begin{array}{l} 0.7777... + 0.2222... = \frac{7}{9} + \frac{2}{9} = \frac{9}{9} = 1 \\ \quad \quad \quad = \frac{7}{9} \quad \quad \quad = \frac{2}{9} \end{array}$$

Quale è quindi il risultato: 0.9999... oppure 1?

La risposta è che il 9 periodico è vietato.

L'operazione in colonna non è sbagliata. Se non ci fosse la regola che vieta il 9 periodico, semplicemente, la notazione 0.9999... sarebbe un altro modo di scrivere il numero 1. La si vieta, quindi, non perché fonte di contraddizione, ma solo per evitare che lo stesso numero (uno) abbia due scritture decimali diverse.

Operazioni in notazione scientifica

• Somme & differenze

$$\text{Calcoliamo } 1.054 \cdot 10^{-9} - 7.3 \cdot 10^{-11}$$

① Convertire il numero con l'esponente più piccolo in modo da portare i due esponenti a coincidere.

$$1.054 \cdot 10^{-9} - 7.3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 \cdot 10^{-11} = 1.054 \cdot 10^{-9} - 0.073 \cdot 10^{-9}$$

② Sommare o sottrarre la mantissa

$$1.054 \cdot 10^{-9} - 0.073 \cdot 10^{-9} = (1.054 - 0.073) \cdot 10^{-9} \\ = 0.981 \cdot 10^{-9}$$

ops: la mantissa non è più ≥ 1

③ Normalizzare il risultato

$$0.981 \cdot 10^{-9} = \underbrace{0.981 \cdot 10}_{9.81} \cdot \underbrace{10^{-1} \cdot 10^{-9}}_{10^{-10}} = \boxed{9.81 \cdot 10^{-10}}$$

• Prodotti & quozienti:

Calcoliamo $4.7 \cdot 10^6 \cdot 3.1 \cdot 10^{-8}$

① Riordinare i fattori

$$4.7 \cdot 10^6 \cdot 3.1 \cdot 10^{-8} = 4.7 \cdot 3.1 \cdot 10^6 \cdot 10^{-8}$$

② Moltiplicare le mantisse e sommare gli esponenti

$$4.7 \cdot 3.1 \cdot 10^6 \cdot 10^{-8} = 14.57 \cdot 10^{-2}$$

ops: la mantissa non è più < 10

③ Normalizzare il risultato

$$14.57 \cdot 10^{-2} = \underbrace{14.57 \cdot 10^{-1}}_{1.457} \cdot \underbrace{10 \cdot 10^{-2}}_{10^{-1}} = \boxed{1.457 \cdot 10^{-1}}$$

• Radici quadrate

Calcoliamo $\sqrt{4.096 \cdot 10^{-5}}$

① Se l'esponente è dispari, moltiplicare per $1 = 10 \cdot 10^{-1}$

$$\sqrt{4.096 \cdot 10^{-5}} = \sqrt{\underbrace{4.096 \cdot 10}_{40.96} \cdot \underbrace{10^{-1} \cdot 10^{-5}}_{10^{-6}}} = \sqrt{40.96 \cdot 10^{-6}}$$

② Estrarre la radice della mantissa e dimezzare l'esponente

$$\sqrt{40.96 \cdot 10^{-10}} = \underbrace{\sqrt{40.96}}_{6.4} \cdot \underbrace{\sqrt{10^{-10}}}_{10^{-5}} = \boxed{6.4 \cdot 10^{-5}}$$

Nota: non puoi capitare che sia necessario normalizzare.

Come non sbagliare nei calcoli

In breve, non c'è modo. Gli errori sono inevitabili, concentrarsi su non sbagliare è futile, perché impossibile, e frustrante. Bisogna invece riconoscere gli errori, quando capitano, il prima possibile, fermarsi, e cercare il passaggio sbagliato. Questo è difficile perché la psicologia umana ci spinge verso metodi inefficaci. Primo: noi tendiamo verso la conclusione del lavoro, fermarsi per verificare i risultati — che è la cosa furba da fare — sembra distrarci dalla meta, e non lo facciamo. Secondo: noi abbiamo paura dell'incerto e troviamo conforto nella sicurezza. Per questo preferiamo applicare il procedimento che conosciamo — anche se magari è sbagliato! — piuttosto che chiederci "ma questa sarà davvero la via da seguire?" — e se poi la risposta è no? E se viene fuori che non so la via da seguire? Brrr. — Terzo ed ultimo: siamo pigri. Una volta approvo un

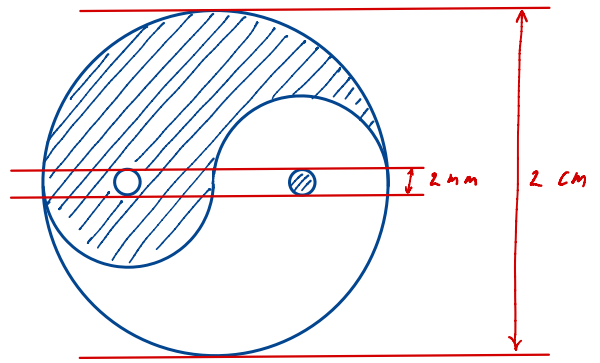
metodo per risolvere un problema, ci accontentiamo, e pare uno spreco studiare gli altri approcci che ci potrebbero essere — e invece più strade si conoscono maggiori sono le probabilità di trovare quella che ci porta a destinazione con poca fatica, e meno fatica nei calcoli significa che è più difficile sbagliare.

⇌ Consigli utili ⇌

- Saper fare calcoli approssimati a mente e verificare i risultati di calcolatrici e computer — è anche a questo che serve saper fare le operazioni in notazione scientifica
- Usare notazioni non ambigue — tipo: 41,54, 7, 18
- Verificare le soluzioni delle equazioni — anche graficamente, numericamente
- Provare le espressioni calcolate in astratto usando dei valori numerici concreti
- Studiare casi particolari del problema
- Accorgersi di risultati — anche intermedi — che non hanno senso: una parte $> 100\%$, un volume negativo, un numero di persone che non è intero, etc.
- Sfruttare semplificazioni del problema

Es. calcolare l'area tratteggiata nella figura a destra.

Dal momento che l'intera figura è contenuta in un quadrato di lato 2  è chiaro che qua-



l'intera area ci verrà alla fine dovrà essere ≤ 4 : se questo non dovesse accadere, dobbiamo tornare indietro e scovare l'errore perché, così com'è per ora, la soluzione che abbiamo vale ZERO.

- Sfruttare simmetrie del problema

Es. dobbiamo ancora calcolare l'area di quella faccenda.

Beh, siccome il cerchio di diametro 2 cm è esattamente metà tratteggiato e metà bianco, l'area cercata è

$$A = \frac{1}{2} \text{ raggio}^2 \cdot \pi = \frac{\pi}{2} \text{ cm}^2 \approx 1.57 \text{ cm}^2$$

- Usare buon senso — 1 m³ di neve non pesa un chilo, un uomo non ha 12 globuli rossi al litro di sangue, la probabilità di morire di cancro al polmone, per un fumatore, non è del 70%, una mummia egizia non è vecchia di 170 000 anni, &c.

Unità di misura

Le unità di misura fisiche sono quantità convenzionali fissate per ogni grandezza fisica (es. il metro per la lunghezza, il newton per la forza, &c.).

Il sistema SI (gr. *Système International*) prevede sette unità fondamentali

m matto lunghezza

kg chilogrammo massa

5 secondo tempo

A amper intensità di corrente elettr.

K kelvin temperatura

mol mole quantità di sostanza

cd candela intensita luminosa

Le unità derivate si ottengono moltiplicando unità fondamentali

Esempi

forza = massa · acceleratione

$$N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$$

lavoro = forza · spostamento

$$J = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$

Pressione = forza / superficie

$$\text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

potenza = lavoro / tempo

$$W = J \cdot s^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$$

potenza = corrente · tensione

$$W = A \cdot V$$

$$V = W \cdot A^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$$

Pre-fissi moltiplicatori

Moltiplicano le unità per una potenza di 10.

da	10	deca	d	10^{-1}	deci
h	10^2	etto	c	10^{-2}	centi
k	10^3	chilo	m	10^{-3}	milli
M	10^6	mega	μ	10^{-6}	micro
G	10^9	giga	n	10^{-9}	nano
T	10^{12}	tera	p	10^{-12}	pico
P	10^{15}	peta	f	10^{-15}	femto
E	10^{18}	exa	a	10^{-18}	atto
Z	10^{21}	zetta	z	10^{-21}	zepto
Y	10^{24}	yotta	y	10^{-24}	yocto

Occhio: K kelvin, maiuscola — k chilo, minuscola.

Nota: Z, Y, z, y sono stati introdotti nel 1991 e sono più rari — per l'esame non serve saperli.

Equivalenze

Una quantità fisica si esprime come *numero • unità di misura*. In generale, la medesima quantità si può esprimere in più modi. — es $10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$ — Vediamo come convertire fra unità di misura omologhe.

Metodo: convertiamo 3.7 N/cm^2 in kPa

Scriviamo l'equazione

$$3.7 \text{ N/cm}^2 = x \text{ kPa}$$

Il nostro scopo è ora semplificare le unità, quindi conviene rimpiazzare i pascal — che non compaiono a sinistra — con la loro definizione

$$3.7 \text{ N/cm}^2 = x \text{ kN/m}^2$$

Espandiamo i prefissi

$$10^{-4} \text{ m}^2 \xrightarrow{\text{pink}} 3.7 \frac{\text{N}}{(10^{-2} \text{ m})^2} = x \frac{10^3 \text{ N}}{\text{m}^2}$$

Le unità si trattano algebricamente come se fossero variabili moltiplicate, facciamo quindi le semplificazioni algebriche

$$3.7 \frac{\cancel{\text{N}}}{10^{-4} \cancel{\text{m}^2}} = x \frac{10^3 \cancel{\text{N}}}{\cancel{\text{m}^2}} \quad \Rightarrow \quad x = 37$$

Quindi: $3.7 \text{ N/cm}^2 = \boxed{37 \text{ kPa}}$

Chiaramente, in pratica, i calcoli si eseguono mentalmente.

Altri esempi:

$$0.071 \text{ mA} = ? \text{ }\mu\text{A}$$

$$0.071 \text{ mA} = x \text{ }\mu\text{A}$$

$$0.071 \cdot 10^{-3} \text{ A} = x \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

$$x = 0.071 \cdot 10^3 = 71$$

$$0.071 \text{ mA} = \boxed{71 \text{ }\mu\text{A}}$$

$$140.3 \frac{\text{l}}{\text{min}} = ? \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \quad \begin{matrix} l = (\text{dm})^3 \\ h = 60 \text{ min} \end{matrix}$$

$$140.3 \frac{\text{l}}{\text{min}} = x \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$140.3 \frac{(\text{dm})^3}{\text{min}} = x \frac{\text{m}^3}{60 \text{ min}}$$

$$140.3 \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{\text{min}} = x \frac{\text{m}^3}{60 \text{ min}}$$

$$x = 60 \cdot 140.3 \cdot 10^{-3}$$

$$= 8.418$$

$$140.3 \frac{\text{l}}{\text{min}} = \boxed{8.418 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}$$

Esercizio

Quanti psi — pound per square inch — sono 1 bar?

Dati: 1 bar = 10^5 Pa

1 psi = 1 lbf · in⁻² { libbra forza — pound of force
per pollice quadrato

$$1 \text{ lbf} = 9 \cdot 16$$

$$9 = 9.81 \text{ m/s}^2 \quad 16 = 0.453 \text{ kg} \quad 1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}$$

Svolgimento

$$1 \text{ bar} = x \text{ psi}$$

$$10^5 \text{ Pa}$$

$$10^5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$1 \text{ lbf} / \text{in}^2$$

$$9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.453 \text{ kg} / (2.54 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2$$

$$10^5 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}^2} = x \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{0.453 \text{ kg}}{2.54^2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$10^5 = x \cdot 9.81 \frac{0.453}{2.54^2 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 2.54^2}{9.81 \cdot 0.453}$$

$$\approx 14.5$$

Quindi $1 \text{ bar} \approx \boxed{14.5 \text{ psi}}$

fine 1.5