

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DEL 14-II-2022

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione due ore e 30 minuti.



Esercizio A

Traccia il grafico di $f(x) = 6x - x^3 + \frac{x^5}{24}$ per x compresa fra -4 e 4 . Determina e classifica i punti stazionari di f (se riesci in maniera algebrica, altrimenti sfruttando un metodo numerico).

Esercizio B

Traccia il grafico della funzione rappresentata dalla tabella seguente.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
1	0.0510	3	0.147	5	0.426	7	1.23	9	3.56
2	0.0867	4	0.251	6	0.724	8	2.09	10	6.05

Sia su in diagramma cartesiano, sia in un diagramma semi-logaritmico con la scala logaritmica sull'asse delle ordinate, sia in un diagramma bi-logaritmico. Determina, quindi, quale sia, plausibilmente, l'espressione di $f(x)$.

Esercizio C

Tucidide racconta che, durante la guerra del Peloponneso, gli abitanti di Platea, assediati dagli spartani, poterono fuggire scalando, durante una notte di tempesta, il muro che era stato costruito attorno alla loro città. Secondo il racconto di Tucidide, gli assediati, avendo necessità di determinare l'altezza del muro, fecero contare le file dei mattoni che lo compongono a diverse persone. Tucidide non lo dice, ma i risultati furono come segue.

48	49	50	51	52
56	58	58	59	60
61	62	62	63	64
64	64	68	69	71
72	72	73	74	78

Netflix, nel quinto secolo, non era ancora arrivato alla vecchia Europa, per cui, nelle noiose notti di assedio, gli industri abitanti di Platea hanno certamente avuto agio di sviluppare la teoria degli errori. Che stima hanno potuto dare dell'altezza del muro, misurata in mattoni spartani, e con quale incertezza assoluta?

ESERCIZIO D

Le funzioni f e g sono legate dalle equazioni

$$f'(x) = f(x) + g(x) \quad g'(x) = g(x) - f(x)$$

Determina l'espressione di $f(x)$ sapendo che $f(0) = 0$ e $g(0) = 1$.

Suggerimento: manipolando le equazioni date, esprimi f'' in funzione di f' ed f , ma non di g , né delle sue derivate. In questo modo otterrai un'equazione del secondo ordine nella sola f .

ESERCIZIO E

Determina il minimo valore che può assumere l'integrale

$$\int_0^1 1 + \cos(k + x) \, dx$$

al variare di k fra 0 e 2π .

ESERCIZIO F

Determina il valor medio e la deviazione standard del massimo fra i due risultati del lancio di due dadi da gioco indipendenti.