

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DEL 25-I-2023, A.A. 2022–23

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione due ore e 30 minuti.

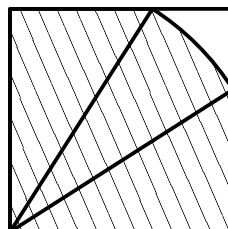
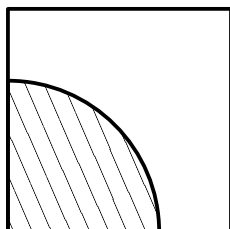


Esercizio A

In un angolo di un praticello quadrato di 10 m di lato, è posto un irrigatore, che bagna l'area di prato che si trova entro un certo raggio r da esso.

1. Che percentuale del prato è irrigata per $r = 4$ m, $r = 8$ m, e $r = 12$ m?
2. Rappresenta in un grafico la percentuale irrigata in funzione del raggio r che varia fra 0 e 20 m.

Nota: quando $r \leq 10$ m, la regione di piano irrigata è un settore circolare. Quando $r > 10$ m, tuttavia, la regione è costituita da due triangoli rettangoli uniti ad un settore circolare. Può esserti utile sapere che l'area di un settore circolare di ampiezza, misurata in radianti, α , e raggio r , vale $\frac{1}{2}r^2\alpha$.



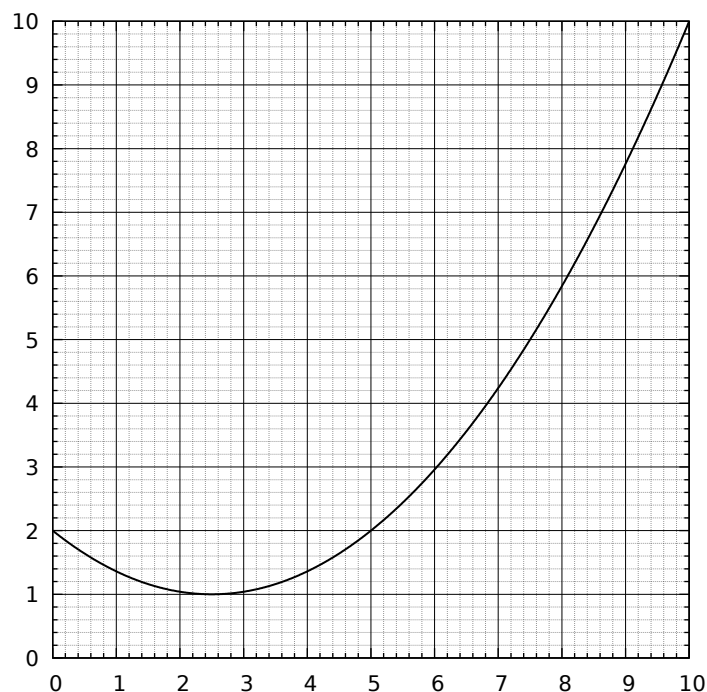
Esercizio B

Un tecnico è in grado di determinare il livello dell'acqua in un recipiente cilindrico con l'incertezza di ± 0.5 mm.

1. Sapendo che il recipiente ha esattamente 50.0 mm di diametro, ed il livello dell'acqua misurato è di 224.0 mm, determinane il volume misurato in litri indicando l'incertezza percentuale.
2. Il tecnico vuole misurare 3.00 l di acqua. Per questo considera due possibilità: o misurare in un sol colpo questa quantità d'acqua, usando un cilindro da 100.0 mm di diametro, oppure misurare dieci volte 0.30 l con il cilindro da 50.0 mm. Calcola l'incertezza in questi due procedimenti, e discuti quale sia la scelta migliore per il tecnico.

ESERCIZIO C

Considera la funzione $f(x)$ rappresentata dal seguente diagramma.



Rappresenta la medesima funzione per mezzo di un grafico semi-logaritmico.

ESERCIZIO D

Trova e classifica i punti stazionari di $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$. Determina quindi il massimo ed il minimo dei valori assunti da $f(x)$ al variare di x fra 0 e 2.

ESERCIZIO E

Data una funzione $f(x)$, la media integrale di $f(x)$ nell'intervallo $[a, b]$ è definita come il valore $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$.

1. Calcola la media integrale di $f(x) = (\sin(x))^2$ nell'intervallo $[0, 10\pi]$.
2. Determina con due cifre significative di precisione il valore di b , compreso fra 0 e π , che rende massima la media integrale di $f(x) = (\sin(x))^2$ nell'intervallo $[0, b]$.

ESERCIZIO F

Trova la soluzione particolare dell'equazione differenziale $f' = \frac{2x}{3f^2}$ tale che $f(0) = 1$.