

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DEL 6·XII·2023, A.A. 2022–23

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di quattro esercizi, che valgono nove punti ciascuno.

Hai a disposizione un'ora e 30 minuti.



Esercizio A

Una coltura, alle 12:00 di lunedì, contiene $1.20 \cdot 10^7$ batteri. I batteri crescono esponenzialmente raddoppiando, in numero, ogni $2^h 30^m$. Alle 12:00 di martedì, la coltura viene trattata con un antibiotico. Si constata che, alle 9:00 di giovedì, il numero dei batteri si è ridotto a $3.50 \cdot 10^6$.

1. Quanti batteri erano presenti nella coltura al momento in cui è stato applicato l'antibiotico?
2. Supponendo che la decrescita provocata dall'antibiotico sia stata esponenziale, calcolane il tempo di dimezzamento.
3. Rappresenta l'andamento del numero dei batteri nel tempo per mezzo di un grafico semilogaritmico.

Esercizio B

Considera la funzione $f(x) = x \cos(x)$.

1. Traccia un grafico di $f(x)$ per x nell'intervallo $[0, 5]$.
2. Determina, con tre cifre significative di precisione, il massimo valore assunto da $f(x)$ al variare di x fra 0 e 5.
3. Calcola, con tre cifre significative di precisione, $\int_0^5 f(x) dx$.

Esercizio C

1. Trova la soluzione generale di $f''(x) = -2f'(x) - 2f(x) + 2$.
2. Determina una soluzione particolare $f(x)$ dell'equazione al punto precedente che soddisfi le condizioni $f(0) = f'(0) = 0$.
3. Scrivi un'equazione differenziale lineare del secondo ordine a coefficienti costanti che ammetta la soluzione particolare $g(x) = 1 + \sin(x + 1)$.