

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DEL 18-I-2024, A.A. 2023–24

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione due ore e 30 minuti.



ESERCIZIO A

Traccia il grafico della funzione

$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$

in un diagramma semilogaritmico in cui l'asse delle ascisse è in scala lineare e rappresenta l'intervallo $[0, 10]$, mentre l'asse delle ordinate è in scala logaritmica.

ESERCIZIO B

Determina tutte le soluzioni di ciascuna delle seguenti equazioni, arrotondate alla cifra dei centesimi.

$$2^x = 5x$$

$$x^4 = 1 + x$$

ESERCIZIO C

La formula che lega il periodo di oscillazione T di un pendolo alla lunghezza l del medesimo è

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

dove $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ rappresenta l'accelerazione di gravità. Calcola il periodo di oscillazione di un pendolo lungo $(100.0 \pm 1.0) \text{ cm}$. Scrivi il risultato in millisecondi, indicando l'incertezza assoluta.

ESERCIZIO D

Determina il valore della costante a sapendo che la funzione

$$f(x) = 1 + x - ax$$

soddisfa l'equazione $f(5) = 0$. Calcola quindi il valore dell'integrale definito

$$\int_0^5 f(x) \, dx$$

ed il massimo ed il minimo dei valori assunti da $f(x)$ nell'intervallo $[0, 5]$.

ESERCIZIO E

Trova la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$f'' - 5f' + 6f = 30$$

Determina quindi la soluzione particolare tale che $f(0) = f'(0) = 0$.

ESERCIZIO F

Il contenuto delle bottiglie d'acqua minerale prodotte dalla premiata ditta Fanghiglia si distribuisce in maniera gaussiana, con media di 1.000 l, e deviazione standard di 20 ml. Che percentuale delle bottiglie contiene più di 1.05 l? Entro quanti millilitri dal valore medio si trova il 90% delle bottiglie? Rappresenta graficamente la distribuzione di questa variabile statistica (ponendo attenzione ad indicare le unità corrette sugli assi del diagramma).