

ESERCIZI DI MATEMATICA PER LA PRIMA PROVA IN ITINERE

Questo documento contiene quattro esercizi scelti per ciascuna di queste categorie: *ragionamento e proporzioni, funzioni e grafici, esponenziali e scale logaritmiche, teoria degli errori.*

RAGIONAMENTO E PROPORZIONI

24·III·2023 ESERCIZIO B

Per preparare una vernice azzurra è necessario mescolare bianco e blu, combinando un'unità di volume di blu ogni quattro di bianco. Ho mescolato, in una latta da un litro, 250 ml di blu con 750 ml di bianco. Ora, volendo produrre un litro di azzurro, intendo versare una parte del contenuto della latta, per liberare spazio, ed aggiungere un'uguale quantità di bianco. Quanti millilitri del contenuto della latta devo versare?

200 ml

12·VI·2023 ESERCIZIO C

Un sistema informatico è fuori servizio dalle 2:00 AM alle 4:01 AM di ogni giorno, tutte le domeniche, e nei sabati di tregenda. Sapendo che il sistema è guasto per un quarto del tempo, quanti sabati di tregenda ci sono ogni anno?

14

2·X·2023 ESERCIZIO A

Una coltura, alle 9:00 di lunedì mattina, contiene $12.0 \cdot 10^6$ batteri. I batteri crescono esponenzialmente raddoppiando, in numero, ogni $2^h 50^m$. Alle 16:00 di martedì, la coltura viene trattata con un antibiotico. Si constata che, alle 9:00 di giovedì, il numero dei batteri si è ridotto a $3.50 \cdot 10^6$.

1. Quanti batteri erano presenti nella coltura al momento in cui è stato applicato l'antibiotico?
2. Supponendo che la decrescita provocata dall'antibiotico sia stata esponenziale, calcolane il tempo di dimezzamento.
3. Rappresenta l'andamento del numero dei batteri nel tempo per mezzo di un grafico semilogaritmico.

$2.36 \cdot 10^{10}$

3.22 h

3·XI·2022 ESERCIZIO A

Una ferrovia viaggia da Ashtabula a Baltimore, lungo un percorso di 372 miglia. Ciascun convoglio su questa linea porta al massimo 300 persone, i convogli viaggiano alla velocità di 40 miglia orarie, e viaggiano, fra loro, ad una distanza di 55 miglia. Sapendo che la linea lavora al 30% della sua capacità massima, calcola quante persone trasporta all'ora questa ferrovia.

65.5

FUNZIONI E GRAFICI

9·II·2024 ESERCIZIO B

Traccia il grafico della funzione $f(x) = \sin(x) - x + \frac{x^3}{6}$ per x che varia fra -1 e 1 .

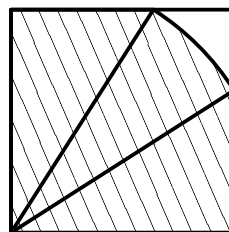
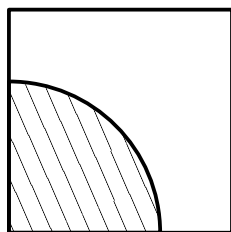
25·I·2023 ESERCIZIO A

In un angolo di un praticello quadrato di 10 m di lato, è posto un irrigatore, che bagna l'area di prato che si trova entro un certo raggio r da esso.

1. Che percentuale del prato è irrigata per $r = 4$ m, $r = 8$ m, e $r = 12$ m?
2. Rappresenta in un grafico la percentuale irrigata in funzione del raggio r che varia fra 0 e 20 m.

12.5%. 50%. 35%.

Nota: quando $r \leq 10$ m, la regione di piano irrigata è un settore circolare. Quando $r > 10$ m, tuttavia, la regione è costituita da due triangoli rettangoli uniti ad un settore circolare. Può esserti utile sapere che l'area di un settore circolare di ampiezza, misurata in radianti, α , e raggio r , vale $\frac{1}{2}r^2\alpha$.



24·III·2023 ESERCIZIO A

Traccia il grafico della seguente funzione per $0 \leq x \leq 3$.

$$f(x) = \sin(x) - \frac{1}{2} \sin(2x) + \frac{1}{3} \sin(3x) - \frac{1}{4} \sin(4x) + \frac{1}{5} \sin(5x)$$

15·VII·2019 ESERCIZIO C

La tabella seguente riporta la pressione atmosferica (in hPa) a varie quote (in piedi).

quota	pressione	quota	pressione	quota	pressione	quota	pressione
0	1013	5 000	843	10 000	697	15 000	572
1 000	977	6 000	812	11 000	670	16 000	549
2 000	942	7 000	782	12 000	644	17 000	527
3 000	908	8 000	753	13 000	619	18 000	506
4 000	875	9 000	724	14 000	595	19 000	485

Quest'altra tabella indica la temperatura di ebollizione dell'acqua (in °C) in funzione della pressione (in hPa).

pressione	temp.	pressione	temp.	pressione	temp.	pressione	temp.
400	75.88	600	85.95	800	93.51	1 000	99.63
450	78.74	650	88.02	850	95.15	1 050	101.00
500	81.34	700	89.96	900	96.71		
550	83.73	750	91.78	950	98.21		

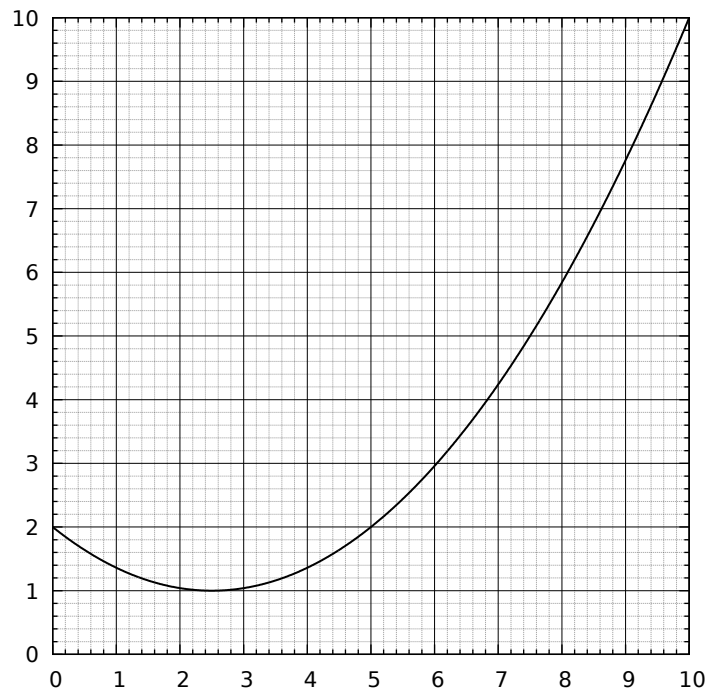
Inoltre un piede è lungo 30.48 cm.

- C.1 – Francis Fox Tuckett ha osservato che, al colle del Lys, l'acqua bolle a 86.32 °C. A che quota (in metri) si trova il colle del Lys? 4090 m
- C.2 – Traccia un grafico che mostra la temperatura di ebollizione dell'acqua in funzione della quota (in metri).
- C.3 – Tuckett, nel secolo XIX, non conosceva la teoria degli errori. Supponiamo però che avesse un'incertezza di ± 0.3 °C sulle sue misure. A che errore assoluto sulle quote (in metri) corrisponde questa incertezza? ± 90 m

ESPONENZIALI E SCALE LOGARITMICHE

25·I·2023 ESERCIZIO C

Considera la funzione $f(x)$ rappresentata dal seguente diagramma.



Rappresenta la medesima funzione per mezzo di un grafico semi-logaritmico.

13·II·2023 ESERCIZIO C

Un condensatore con la capacità nominale di $10\ \mu\text{F}$ (microfarad) perde, secondo il produttore, il 3% della sua capacità nominale ogni volta che l'età del componente, misurata dalla produzione, decuplica. Il produttore specifica che la capacità nominale è la capacità del condensatore dopo 1000 ore dalla produzione.

1. Traccia un diagramma cartesiano che rappresenta la capacità di questo condensatore da un'ora dopo la produzione, fino a un anno dopo la produzione.
2. Traccia il medesimo grafico usando una scala logaritmica per i tempi.
3. Scrivi una formula che permette di calcolare la capacità in funzione dell'età del componente.

$$\text{capacità} = 10\ \mu\text{F} - 0.3\ \mu\text{F} \cdot \log_{10}(\text{età} - 1000\ \text{ore})$$

24·I·2022 ESERCIZIO B

È stato osservato che il *tasso metabolico basale*, cioè la potenza che un animale produce per vivere, è, per molti animali, legato alla massa corporea da una legge potenza

$$q = CM^k$$

in cui C è una costante, q è il tasso metabolico basale misurato in watt, e M la massa misurata in grammi. Ecco i valori medi per alcune specie.

		M	q
Topolino comune	<i>Mus musculus</i>	18.0 g	0.271 W
Cincillà	<i>Chinchilla lanigera</i>	437 g	1.31 W
Volpe rossa	<i>Vulpes vulpes</i>	4.58 kg	13.7 W
Leone	<i>Panthera leo</i>	98.0 kg	94.6 W
Elefante indiano	<i>Elephas maximus</i>	$3.67 \cdot 10^3$ kg	2.34 kW

Riporta questi dati sul diagramma più opportuno per evidenziare la legge potenza, quindi determina un valore plausibile per l'esponente k.

~ 0.75

14·II·2022 ESERCIZIO B

Traccia il grafico della funzione rappresentata dalla tabella seguente.

x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
1	0.0510	3	0.147	5	0.426	7	1.23	9	3.56
2	0.0867	4	0.251	6	0.724	8	2.09	10	6.05

Sia su in diagramma cartesiano, sia in un diagramma semi-logaritmico con la scala logaritmica sull'asse delle ordinate, sia in un diagramma bi-logaritmico. Determina, quindi, quale sia, plausibilmente, l'espressione di f(x).

$$f(x) = 0.03 \cdot 1.7^x$$

TEORIA DEGLI ERRORI

13·II·2023 ESERCIZIO D

Un tecnico dispone di un cilindro graduato con l'incertezza di ± 0.5 ml e di una bilancia che ha un'incertezza di ± 100 mg. Egli determina la densità di un liquido misurandone 10 ml che risultano pesare 9.2 g.

1. Determina la densità del liquido in kg/l, indicando l'incertezza percentuale.
2. Che volume di liquido dovrebbe misurare il tecnico per avere un'incertezza di $\pm 2\%$ sulla densità?

$$0.92 \pm 6\% \text{ kg/l}$$

24·III·2023 ESERCIZIO C

$$30 \text{ ml}$$

Consideriamo la soluzione positiva x dell'equazione $ax^2 + bx = 1$. Sapendo che $a = 2.50 \pm 1\%$ e $b = 1.00 \pm 1\%$, calcola x espresso con la corrispondente incertezza assoluta.

$$0.463 \pm 0.003$$

24·I·2022 ESERCIZIO C

Il coefficiente di dilatazione termica α di un materiale si misura in parti per milione al grado Kelvin (10^{-6}K^{-1}). Per esempio, dire che una lega metallica ha $\alpha = 3 \cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$, significa dire che, scaldando di x gradi un campione di questa lega, il campione si allunga di $3x$ parti per milione. Per il ferro, $\alpha = 11.8 \cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$. La torre Eiffel è alta 324.0 m in un mezzogiorno d'estate con $35 \pm 1^\circ\text{C}$, determina di quanti centimetri si accorcia in una notte d'inverno con $-5 \pm 1^\circ\text{C}$, indicando l'incertezza relativa.

$$15.3 \pm 5\% \text{ cm}$$

3·XI·2022 ESERCIZIO C

Il pH di una soluzione x -molare di HCl è

$$\text{pH} = -\log_{10}(x)$$

Sapendo che il pH di una soluzione di HCl è 1.35 ± 0.05 , determina la molarità della soluzione indicando l'incertezza relativa.

$$0.045 \pm 0.005 \text{ mol/l}$$