

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA DI MATEMATICA ED ELEMENTI DI STATISTICA DEL 17-I-2025, A.A. 2024-25

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione due ore e 30 minuti.



Esercizio A

Considera due funzioni $f(t)$ e $g(t)$. La funzione $f(t)$ rappresenta una crescita esponenziale: $f(0) = 1$ e il valore di $f(t)$ cresce del 10% ad ogni incremento di un'unità di t . La funzione $g(t)$ rappresenta un decadimento esponenziale con $g(0) = 100$ e tempo di dimezzamento pari a 10 unità di t .

1. Scrivi le espressioni di $f(t)$ e $g(t)$.
2. Rappresenta queste due funzioni in un diagramma semilogaritmico in cui t varia in una scala lineare da $t = 0$ a $t = 50$.
3. Aggiungi la funzione $h(t) = f(t) + g(t)$ al diagramma precedente.

Esercizio B

Traccia il grafico cartesiano della funzione $f(x) = x - 2\sqrt{x}$ per $0 \leq x \leq 3$. Determina quindi il massimo ed il minimo dei valori assunti da $f(x)$ in questo intervallo.

Esercizio C

1. Calcola analiticamente $\int_a^b \frac{2}{x-1} dx$ con $a = 2.14$ e $b = 7.64$.
2. Verifica il calcolo precedente usando il metodo dei trapezi, con cinque trapezi.
3. Supponendo di avere un'incertezza di ± 0.05 su entrambi gli estremi di integrazione, calcola l'incertezza assoluta sull'integrale.

Esercizio D

Trova la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$f'' = -2f' - 2f - 2$$

Determina quindi la soluzione particolare tale che $f(0) = f(1) = 0$, e traccia un grafico di questa soluzione per $0 \leq x \leq 1$.

ESERCIZIO E

I valori assunti da una variabile statistica su un campione di sei individui sono

14.1 7.5 17.9 12.2 12.9 15.8

1. Calcola media, varianza (σ^2) e varianza campionaria (s^2) di questi valori.
2. Con che intervallo di confidenza al 95% possiamo stimare la media della popolazione?
3. Possiamo dire che la media della popolazione è diversa da 0 al livello di significatività $p < 0.01$?

ESERCIZIO F

Una variabile statistica X si distribuisce in maniera gaussiana con media 15 e deviazione standard 5.

1. Rappresenta graficamente questa distribuzione indicando, in ascissa, il valore di X e, in ordinata, la densità di frequenza relativa.
2. Che percentuale della popolazione ha un valore di X compreso fra 12 e 13?
3. Determina k in modo tale che il 50% della popolazione abbia un valore di X compreso fra 12 e k .