

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA DI MATEMATICA ED ELEMENTI DI STATISTICA DEL 19-V-2025, A.A. 2024-25

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di cinque esercizi, che valgono sette punti ciascuno.

Hai a disposizione due ore.



Esercizio A

Traccia il grafico cartesiano della funzione

$$f(x) = 3 \cos(x) - \cos(3x)$$

per $0 \leq x \leq \pi$. Determina quindi il massimo e il minimo dei valori assunti da $f(x)$ in questo intervallo.

Esercizio B

Calcola

$$\int_0^1 (2x + 1)e^{2x+1} dx$$

sia analiticamente, sia, per verificare il risultato, col metodo dei trapezi.

Esercizio C

Un pozzo è profondo circa trenta metri. Se ne vorrebbe misurare la profondità, con l'incertezza di ± 1 m, misurando il tempo di caduta di un sassolino. Supponiamo che il sassolino percorra, nel tempo t , la distanza $\frac{1}{2}gt^2$, con $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ che assumiamo esatto. Con che incertezza è necessario misurare il tempo t ?

Esercizio D

Trova la soluzione particolare dell'equazione differenziale $f''(x) = f(x)$ tale che $f(5) = 1$ e $f'(5) = 0$. Rappresenta quindi questa funzione tramite un diagramma semi-logaritmico, per $0 \leq x \leq 10$.

Esercizio E

Supponiamo che i volumi dei globuli rossi di un paziente siano distribuiti in maniera approssimativamente gaussiana. Il volume medio di un globulo rosso è di 85 femtolitri, e il 20% dei globuli rossi è più grande di 100 femtolitri. Quanto vale la deviazione standard della distribuzione dei volumi? Quanto vale il volume mediano dei globuli rossi più grandi di 100 femtolitri? Rappresenta graficamente la distribuzione dei volumi.