

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA DI MATEMATICA ED ELEMENTI DI STATISTICA DEL 23·VI·2025, A.A. 2024-25

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

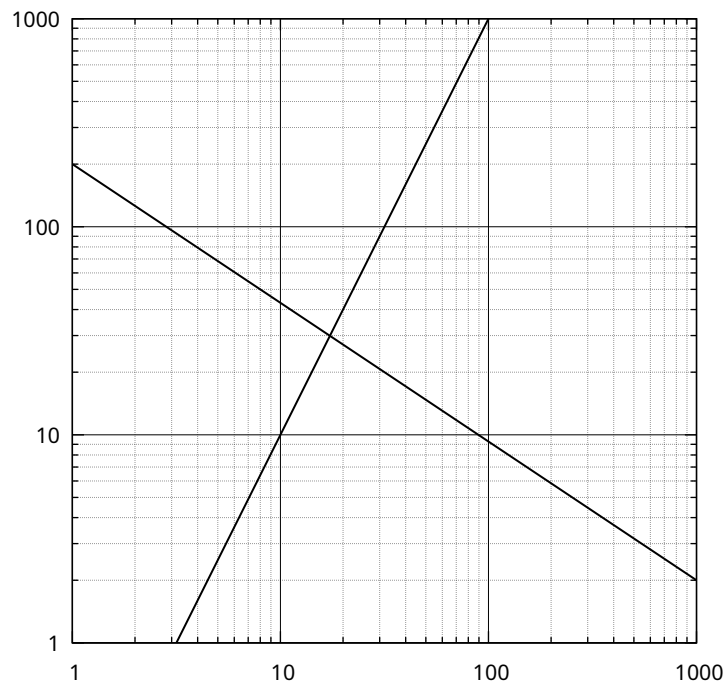
Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione due ore.



Esercizio A

Ricava un'espressione analitica per le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ rappresentate nel diagramma seguente. Rappresenta quindi la funzione $h(x) = f(x) + g(x)$ sul medesimo diagramma. Qual è l'ascissa del minimo di questa funzione?



Esercizio B

Rappresenta la seguente funzione nell'intervallo $-1 \leq x \leq 1$ per mezzo di un diagramma cartesiano.

$$f(x) = \frac{1}{100} \sin(5x) + \cos(x) + \frac{1}{2}x^2$$

ESERCIZIO C

Calcola $\int_a^b 10^{-x} dx$ dove $a = 1.00 \pm 0.05$ e $b = 10.00 \pm 0.05$.

ESERCIZIO D

Trova la soluzione particolare dell'equazione differenziale

$$f'' = -2f' - 5f$$

tale che $f(0) = 1$ e $f'(0) = 0$.

ESERCIZIO E

Si misura la variabile statistica X su un campione di 10 individui scelti casualmente da una popolazione di 100. La media di queste misure è di -4.67 con una varianza campionaria $s^2 = 11.73$. Determina l'intervallo di confidenza al 99% per la media di X usando la distribuzione t di Student, e tenendo conto della correzione per piccole popolazioni. È possibile affermare con un livello di confidenza del 99% che la media di X non è nulla?

ESERCIZIO F

Le variabili statistiche X e Y hanno rispettivamente media 3.60 e 84.1, e deviazione standard 0.45 e 8.6. Sapendo che il coefficiente angolare della retta di regressione di Y (variabile dipendente) rispetto a X (variabile indipendente) è 14.6, determina l'espressione della retta e il coefficiente di correlazione di Pearson. Supponendo che i dati precedenti siano stati ricavati da un campione di dieci individui, è possibile affermare al livello di significatività del 95% che X e Y sono variabili statistiche correlate? Qual è l'espressione della retta di regressione di X (variabile dipendente) rispetto a Y (variabile indipendente), ossia la retta di regressione che si ottiene scambiando le variabili?