

UNIVERSITÀ DI PISA
CORSO DI LAUREA IN CHIMICA E TECNOLOGIA FARMACEUTICHE
PROVA DI MATEMATICA ED ELEMENTI DI STATISTICA DEL 18·XII·2024, A.A. 2024–25

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di quattro esercizi, che valgono nove punti ciascuno.

Hai a disposizione due ore.



ESERCIZIO A

Considera la funzione $f(x) = (x-3)(x-1)(x+1)(x+3)$.

1. Traccia un grafico di $f(x)$ per $-3 \leq x \leq 3$.
2. Trova i punti stazionari di $f(x)$.
3. Calcola il massimo ed il minimo dei valori assunti da $f(x)$ nell'intervallo $-3 \leq x \leq 3$.

ESERCIZIO B

Considera la funzione $f(x) = x - \sin(x)$.

1. Traccia un grafico di $f(x)$ per $0 \leq x \leq 1$.
2. Calcola $\int_0^1 (f(x))^2 dx$.
3. Trova il valore di α che rende minimo $\int_0^1 (f(x) - \alpha)^2 dx$.

Nota: puoi approssimare, per esempio col metodo dei trapezi, gli integrali che non riesci a calcolare in maniera analitica.

ESERCIZIO C

Considera la funzione $f(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \cos\left(\frac{2\pi t}{P}\right)$
con $\tau = 20$ e $P = 1$.

1. Traccia un grafico di $f(t)$ per $0 \leq t \leq 3$.
2. Scrivi un'equazione differenziale lineare del secondo ordine a coefficienti costanti che ammetta la soluzione particolare $f(t)$.
3. Supponi che τ sia noto con un'incertezza relativa del 10% e P di 10 parti per milione. Calcola l'incertezza relativa sui coefficienti dell'equazione.

ESERCIZIO D

Supponi di avere due farmaci A e B contro la medesima malattia. L'efficacia del farmaco A è corroborata da uno studio clinico con livello di significatività $p < 0.05$, l'efficacia di B è corroborata da uno studio con significatività $p < 0.01$. Per ciascuna delle seguenti affermazioni indica se sia giustificata oppure no, spiegando la ragione della tua scelta:

1. Il farmaco A è efficace almeno nel 95% dei casi di malattia, mentre il farmaco B almeno nel 99%.
2. C'è maggiore evidenza statistica a favore dell'efficacia del farmaco B rispetto al farmaco A.
3. Anche se supponiamo che entrambi i farmaci siano effettivamente efficaci, non è detto che il farmaco B produca un effetto più forte del farmaco A.
4. Anche se supponiamo che entrambi i farmaci siano effettivamente efficaci, non è detto che il farmaco B curi un maggior numero di casi del farmaco A.
5. Se il farmaco A non fosse efficace, una replica dello studio relativo avrebbe il 95% di probabilità di rigettare l'ipotesi nulla.
6. Se il farmaco A non fosse efficace, una replica dello studio relativo avrebbe il 95% di probabilità di non riprodurre il risultato positivo di quest'ultimo.
7. Se il farmaco A fosse efficace, una replica dello studio relativo avrebbe il 5% di probabilità di non rigettare l'ipotesi nulla.
8. La probabilità che il farmaco A non sia efficace è minore del 5%.
9. Se un secondo test, indipendente, del farmaco A, producesse un risultato positivo con $p < 0.05$, comunque, in totale, l'evidenza statistica a favore del farmaco A sarebbe minore di quella a favore del farmaco B.