

$$\begin{array}{l}
 \text{integ. di S. el.} \\
 \int f+g \, dx \\
 \int k \cdot f \, dx \\
 \int f(ax+b) \, dx \\
 \text{integ. per sostituzione} \\
 \int f(g(x)) \cdot g'(x) \, dx \\
 \text{parli}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{integ. di S. el.} \\ \int f+g \, dx \\ \int k \cdot f \, dx \\ \int f(ax+b) \, dx \\ \text{integ. per sostituzione} \\ \int f(g(x)) \cdot g'(x) \, dx \\ \text{parli} \end{array}} \right\}
 \begin{array}{l}
 \text{Test} \\
 \text{completo}
 \end{array}$$

Integrazione per parti p. 239

Convenzione: $\int f(x) \, dx = F(x) + C$

$$\int f(x) \cdot g(x) \, dx = F(x) \cdot g(x) - \int F(x) \cdot g'(x) \, dx$$

Es $\int x \cdot \sin x \, dx$

Prova con $f(x) = x$ $g(x) = \sin(x)$
 $F(x) = \frac{1}{2}x^2$ $g'(x) = \cos(x)$

$$\int x \sin x \, dx = \frac{1}{2} x^2 \sin x - \int \frac{1}{2} x^2 \cos(x) \, dx$$

$$\int x \sin x \, dx$$

Prova con $f(x) = \sin x$ $g(x) = x$

$F(x) = -\cos x$ $g'(x) = 1$

$$\int \underline{x \sin x} \, dx = -\cos(x) \cdot x - \int -\cos(x) \, dx$$

$$= -x \cos(x) + \int \cos(x) \, dx$$

$$= \underbrace{-x \cos(x)}_1 + \underbrace{\sin(x)}_2 + \underbrace{C}_3$$

$$(\quad)' = \underbrace{-\cancel{\cos(x)} + x \sin(x)}_1 + \underbrace{\cancel{\cos(x)}}_2 + \underbrace{0}_3$$

$$= \underline{x \sin(x)}$$

Es. $\int \log_e x \, dx = \int 1 \cdot \log_e x \, dx = \textcircled{*}$

$f(x) = 1$ $g(x) = \log_e x$

$F(x) = x$ $g'(x) = \frac{1}{x}$

$$\textcircled{*} = x \log_e x - \int \underbrace{x \cdot \frac{1}{x}}_1 \, dx = x \log_e(x) - x + C$$

$$\int f(x) \cdot g(x) \, dx = F(x) \cdot g(x) - \int F(x) \cdot g'(x) \, dx$$

$$\int x 7^x dx = ? \leftarrow \text{come l'esempio di } x \sin(x)$$

Equazioni lineari a coeff. costanti: del 1° ordine

P. 243

$$f' = af + b \quad \leftarrow \boxed{\text{Si trovano nel TEST}}$$

(A) Considero l'eq. omogenea associata

$$\underline{f' = af}$$

Cerco $f(x) = e^{kx}$ $\left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \underline{ke^{kx}} = \underline{ae^{kx}}$

La sol. gen. dell'omogenea è $f(x) = C \cdot e^{ax}$

(B) Cerco una sol. particolare di

$$f' = af + b$$

$$\text{Provo } f(x) = k \quad 0 = ak + b \quad k = -\frac{b}{a}$$

La funzione $f(x) = -\frac{b}{a}$ risolve l'eq.

(C) La soluzione cercata è (A) + (B)

$$\underline{f(x) = C \cdot e^{ax} - \frac{b}{a}}$$

Eg. Trova $f(x)$ tale che

$$f'(x) = \overset{a}{2} f(x) - \overset{b}{4} \quad \text{e} \quad f(1) = 0$$

$$f(x) = C e^{2x} + 2 \rightarrow C e^{2 \cdot 1} + 2 = 0$$

$$C = -\frac{2}{e^2} \quad \leftarrow C e^2 + 2 = 0$$

$$f(x) = -\frac{2}{e^2} e^{2x} + 2 = -2 e^{2x-2} + 2$$

Eg. lin.

dol II ordine

p. 246

$$f'' = a f' + b f + c$$

(4) Eg. omogenea associata

$$f'' = a f' + b f$$

$$\text{Cerca } f(x) = e^{kx}$$

$$k^2 \cancel{e^{kx}} = a k \cancel{e^{kx}} + b \cancel{e^{kx}}$$

$$k^2 = ak + b$$

$$\Delta = a^2 + 4b$$

$$\underline{\Delta > 0} \quad k_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{\Delta}}{2}$$

$$f(x) = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$$

$$\underline{\Delta = 0} \quad k = \frac{-a}{2}$$

$$f(x) = C_1 e^{kx} + C_2 x e^{kx}$$

$$\underline{\Delta < 0} \quad w = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}$$

$$f(x) = e^{-\frac{a}{2}x} \left(C_1 \sin(wx) + C_2 \cos(wx) \right)$$

(B) Cerco una sol. particolare

$$f'' = af' + bf + c \quad c \neq 0.$$

$$b \neq 0 \rightarrow f(x) = -\frac{c}{b}$$

$$b = 0, a \neq 0 \rightarrow f(x) = -\frac{c}{a}x$$

$$\left(b = 0, a = 0 \rightarrow f(x) = \frac{c}{2}x^2 \right)$$

③ La soluzione generale completa è

$$f(x) = \text{sol. gen. omogenea} + \text{sol. particolare}$$

Ⓐ

Ⓑ

Loggiate di recupero

Giovedì 10 - 12 PS1

↑

Polo Fibonacci

Esercizi di ag. dal II ond ...

pag. 247.