Università di Pisa

Corso di laurea in Chimica e Tecnologia Farmaceutiche

Prova di matematica ed elementi di statistica del 6·II·2026

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di sei esercizi, che valgono sei punti ciascuno.

Hai a disposizione due ore e trenta minuti.

Esercizio A

Trova il massimo e il minimo dei valori assunti dalla funzione $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$ al variare x sotto il vincolo $0 \leqslant x \leqslant 4$. Determina l'incertezza assoluta su questi risultati assumendo che i parametri a, b, c abbiano un'incertezza di ± 0.010.

Esercizio B

Una coltura di batteri contiene inizialmente 10^7 individui. Il numero dei batteri cresce esponenzialmente del 10% ogni ora. Dopo 24 ore la coltura viene trattata con un antibiotico che causa il decadimento esponenziale della popolazione con tempo di dimezzamento di 6 ore. Rappresenta per mezzo di un diagramma semilogaritmico l'andamento della popolazione di batteri in un intervallo di tempo di 48 ore dall'inizio dell'esperimento. Per quanto tempo la popolazione è stata superiore a 10^9? Quale avrebbe dovuto essere il tempo di dimezzamento perché il numero degli individui dopo 48 ore fosse 10^6?

Esercizio C

Traccia il grafico cartesiano di

$$f(x) = x - 2\arctan(x)$$

per $-5 \leqslant x \leqslant 5$. Calcola i punti stazionari di $f(x)$, e determina il massimo e il minimo dei valori assunti da $f(x)$ nell'intervallo $-5 \leqslant x \leqslant 5$, scrivendo i risultati correttamente arrotondati a quattro cifre significative di precisione.

Esercizio D

Trova la soluzione generale dell'equazione differenziale $f'(t) = f(t)(1 - f(t))$.

Suggerimento: ricorda l'identità algebrica $\frac{1}{x(1-x)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}$.

Esercizio E

La popolazione costituita da tutte le piante di una certa specie si divide in quattro categorie osservando due tratti genetici indipendenti. Indichiamo le quattro categorie con AB, aB, Ab, ab, dove le lettere maiuscole indicano il carattere dominante e le minuscole quello recessivo. Secondo la teoria di Mendel, gli individui nelle quattro categorie si suddividono nella proporzione

$$\text{AB} : \text{aB} : \text{Ab} : \text{ab} = 9 : 3 : 3 : 1$$

In un campione di 160 piante si trovano 100 individui del fenotipo AB, 23 aB, 25 Ab e 12 ab. Possiamo concludere, al livello di significatività $p < 0.05$, che i due tratti in questione non si comportano come previsto dalla teoria?

Esercizio F

Una variabile statistica X assume, su un campione di dieci individui, i valori:

$$60.3 \quad 57.7 \quad 57.0 \quad 59.5 \quad 58.6 \quad 62.2 \quad 58.3 \quad 57.2 \quad 58.9 \quad 61.0$$

Stima l'intervallo di confidenza al 95% per la media di X.