Università di Pisa

Corso di laurea in Chimica e Tecnologia Farmaceutiche

Prova di matematica ed elementi di statistica del 19·xii·2025

Puoi usare strumenti da scrittura e disegno, calcolatrice, libri e appunti. Non puoi comunicare se non con il docente.

Il compito consta di un totale di quattro esercizi, che valgono nove punti ciascuno.

Hai a disposizione due ore.

Esercizio A

Considera la famiglia di funzioni:

$$f_a(x) = x + \sin(ax)$$

1. Rappresenta sul medesimo diagramma cartesiano i grafici di $f_4(x)$, $f_{4.5}(x)$ e $f_5(x)$, per $0.5 \leqslant x \leqslant 1.5$.
2. Determina il massimo e il minimo dei valori assunti da ciascuna di queste tre funzioni al variare di x nell'intervallo $0.5 \leqslant x \leqslant 1.5$.

Esercizio B

1. Trova la soluzione particolare dell'equazione differenziale
$$f''(x) = -3f'(x) - 2f(x) + 4$$
tale che $f(0) = f'(0) = 0$.
2. Trova una soluzione particolare dell'equazione differenziale
$$f''(x) = -3f'(x) - 2f(x) + \sin(x)$$
della forma $f(x) = A\sin(x) + B\cos(x)$.

Esercizio C

Considera le seguenti coppie di valori assunti dalle variabili statistiche X e Y su un campione di sei individui.

X	1.1	5.5	9.1	3.5	8.1	1.4
Y	1.5	4.4	5.6	4.3	7.0	0.9

Rappresenta questi punti su un diagramma di dispersione e calcola la retta di regressione di Y (variabile dipendente) rispetto a X (variabile indipendente).

Esercizio D

Il farmaco **Neo Snake Oil Plus Forte** è stato somministrato a un campione randomizzato di 100 volontari in buona salute, mentre ad altri 100 è stato somministrato un placebo. Ad ogni individuo è stato chiesto di eseguire determinate prove psico-fisiche, e quindi indicare un eventuale miglioramento o peggioramento in una serie di parametri. Il numero di risposte ricevute è dato nella tabella seguente (+ indica un miglioramento, = nessuna variazione, - un peggiormento).

	Trattamento			Placebo		
Parametri	+	=	-	+	=	-
Attenzione	26	52	22	20	61	19
Resistenza alla fatica	45	12	43	46	11	43
Qualità del sonno	23	55	22	18	60	22
Acuità visiva	7	86	7	5	85	10
Memoria a breve termine	18	57	25	15	63	22
Memoria a lungo termine	7	85	8	6	87	7
Velocità di reazione	9	88	3	5	87	8
Apprendimento	13	73	14	13	72	15
Umore	35	33	32	24	53	23
Riduzione dell'ansia	19	60	21	25	58	17
Gestione dello stress	26	56	18	21	63	16
Motivazione	45	6	49	44	10	46
Digestione regolare	12	81	7	6	91	3
Idratazione cutanea	22	56	22	24	50	26
Forza muscolare	45	9	46	29	19	52
Recupero post-allenamento	9	76	15	9	78	13
Resistenza aerobica	37	36	27	36	35	29
Coordinazione motoria	24	51	25	21	48	31
Riduzione del dolore	16	66	18	23	57	20
Libido	44	5	51	41	4	55
Funzione sessuale	7	86	7	13	83	4
Udito	24	53	23	19	57	24
Problem-solving	41	13	46	47	14	39
Creatività	13	76	11	10	76	14
Ritmo circadiano	36	27	37	33	32	35
Socialità	49	16	35	41	15	44
Autostima	42	10	48	46	8	46
Concentrazione	37	18	45	39	23	38
Durata del sonno	47	13	40	43	11	46
Congestione nasale	40	9	51	49	7	44

1. Usa un test χ^2 per concludere che non c'è evidenza statistica che il farmaco abbia un effetto sull'attenzione al livello di significatività $p < 0.05$.
2. Trova uno dei parametri, che chiameremo P, tale che un test χ^2 permetta di concludere che il farmaco ha un effetto su P statisticamente significativo al livello $p < 0.05$.
3. Spiega dettagliatamente perché l'esperimento precedente, in realtà, non fornisce alcuna evidenza statistica a favore dell'ipotesi che il farmaco abbia influenza sul parametro P.