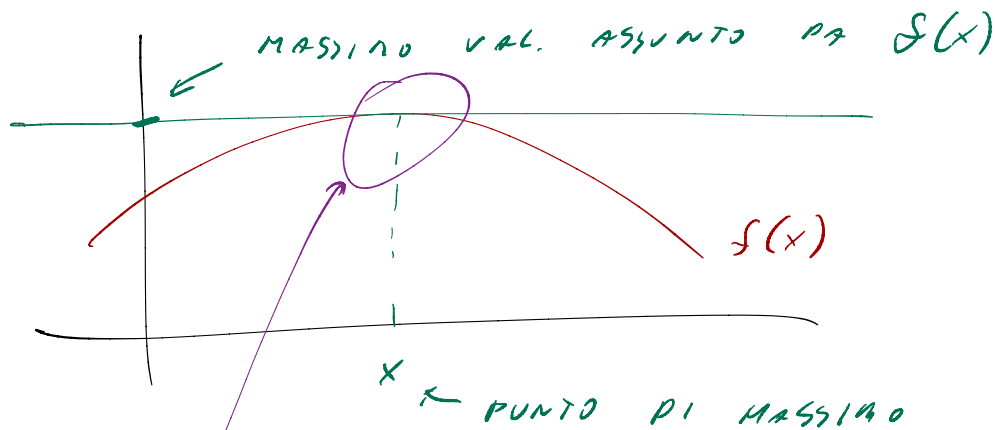


Massimi e minimi

- ① Determinare il massimo / minimo valore assunto da $f(x)$ per $a \leq x \leq b$



METODO

- ① Trovo i punti stazionari fra a e b .
le soluzioni di $f'(x) = 0$
- ② Calcolo f nei seguenti punti:
 a, b, i punti stazionari
punti candidati

③ Il valore più grande è il massimo
 ————— piccolo ————— minimo.

Eg. Trovare il massimo e il minimo dei valori
 assunti da $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ al variare
 di x nell'intervallo $-1 \leq x \leq 4$.

④ $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$

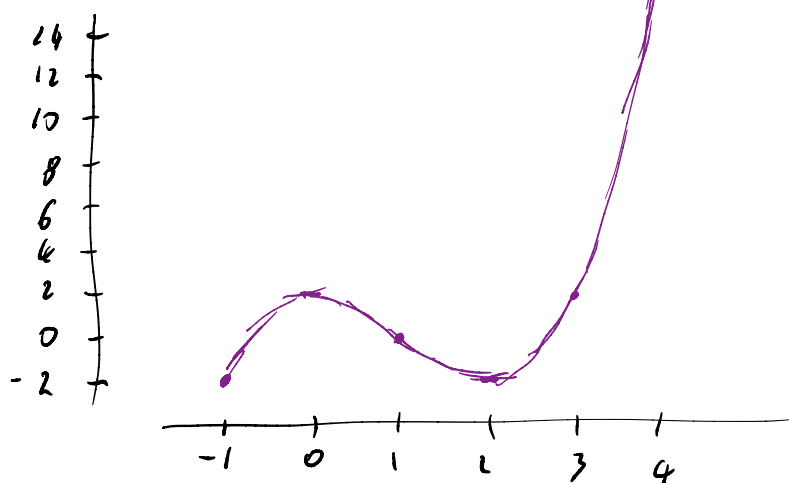
$\swarrow$ $x=0$
 $\searrow$ $x=2$

⑬ Valuto $f(x)$ in

x	-1	0	2	4
$f(x)$	-2	2	-2	18

$\uparrow$ MIN $\uparrow$ MIN $\nwarrow$ MAX

③



② Determinare il massimo / minimo valore assunto da $f(x)$ in un dominio che non è compatto se esistono.

non è $a \leq x \leq b$



METODO

- ① Calcolo i punti stazionari
- ② MAX e MIN si possono trovare solo in p.ti stazionari estremi del dominio
- ③ Ricorresco MAX e MIN ragionando
 - grafico
 - segno della derivata

Es. Trovare il massimo e il minimo dei valori assunti da $f(x) = x + \frac{1}{x}$, se questi esistono, per $x > 0$.

$$\textcircled{A} \quad f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = 0$$
$$x^2 = 1 \rightarrow \underline{x = 1}$$

$\textcircled{B}$ C'è un solo candidato: $x = 1$

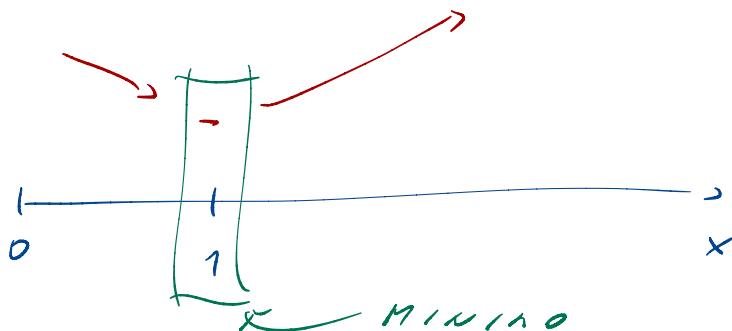
segno di $f'(x)$

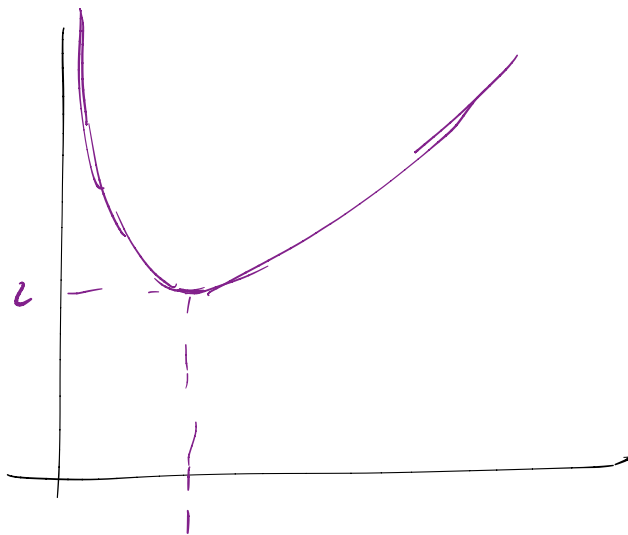
$$1 - \frac{1}{x^2} > 0 \iff 1 > \frac{1}{x^2}$$

$\Downarrow$

$$x < -1 \quad \text{e} \quad x > 1$$

$$\textcircled{x > 1}$$





ESERCIZIO D

Determina il massimo ed il minimo dei valori assunti da $f(x) = \sin(x + 0.7)$ al variare di x nell'intervallo $[0, 1]$.

$$0 \leq x \leq 1$$

(2) $f'(x) = \cos(x + 0.7) = 0$

$x + 0.7 = \frac{\pi}{2} + k\pi$ n. intero

$x = \frac{\pi}{2} - 0.7 + k\pi$

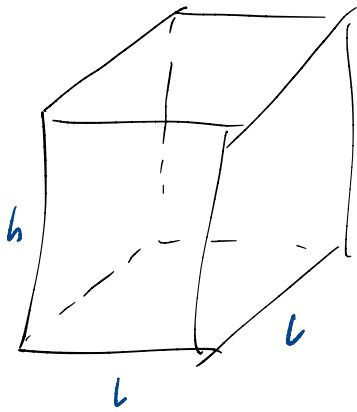
$0 \leq x \approx 0.87 \leq 1$

(3)

x	0	$\frac{\pi}{2} - 0.7$	1
$f(x)$	0.64	1	0.84
	↑ MIN	↑ MAX	

ESERCIZIO B

Si vuole costruire una scatola di cartone a forma di parallelepipedo a base quadrata, chiusa sotto ma aperta sopra, del volume di 10 litri. Determina il lato di base l e l'altezza h del parallelepipedo in modo tale che la superficie di cartone impiegata sia minima possibile.



$$10 \text{ dm}^3 = l^2 \cdot h$$

$$S = l^2 + 4 \cdot l \cdot h$$

$$h = \frac{10 \text{ dm}^3}{l^2}$$

$$S(l) = l^2 + \frac{40 \text{ dm}^3}{l}$$

$$l > 0$$

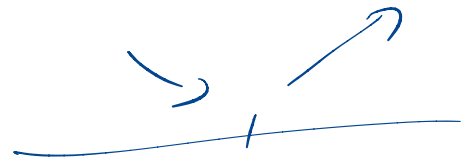
$$S'(l) = 2l - \frac{40 \text{ dm}^3}{l^2} = 0$$

$$l^3 = 20 \text{ cm}^3$$

$$h = 1.36 \text{ dm} = 136 \text{ mm}$$

$$l \approx 2.71 \text{ dm} = 271 \text{ mm}$$

$$2l - \frac{40 \text{ dm}^3}{l^2} > 0$$



$$l^3 > 20 \text{ dm}^3 \Rightarrow l > 2.71 \text{ dm}$$

ESERCIZIO A

Determina il massimo ed il minimo dei valori assunti dalla funzione

$$f(x) = x - \sin(x) - \cos(x)$$

al variare di x nell'intervallo $[-2, 2]$. Traccia quindi un grafico di questa funzione con il medesimo intervallo in ascissa.

$$-2 \leq x \leq 2$$

$$\textcircled{A} \quad f'(x) = 1 - \cos(x) + \sin(x) = 0$$

$$-A \sin(x) + A \cos(x) = A$$

$$(-A)^2 + A^2 = 1 \quad A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\underbrace{-\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(x)}_{\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right)} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(x)}_{\sin\left(\frac{3}{4}\pi\right)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) \sin(x) + \sin\left(\frac{3}{4}\pi\right) \cos(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\left(x + \frac{3}{4}\pi\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$x + \frac{3}{4}\pi = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

0

$$x + \frac{3}{4}\pi = \pi - \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

0

$$x = 2k\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$x = 0$$

unique in $[-2, 2]$

(D)

x	-2	$-\frac{\pi}{2}$	0	2
f(x)	-0.67	-0.57	-1	1.51
			↑	↑

(C)

min

max