

Scritto 16 / 1 6 / 2 Orale dei compitanti.
 Orale 26 / 1 16 / 2

ESERCIZIO C

Calcola

$$\int_{-a}^a \cos\left(\frac{x}{7}\right) dx$$

per $a = 11.0 \pm 0.1$, indicando l'incertezza assoluta sul risultato.

$$\int \cos\left(\frac{1}{7}x + 0\right) dx = \frac{1}{\frac{1}{7}} F\left(\frac{1}{7}x + 0\right) + C$$

$$\int \cos\left(\frac{x}{7}\right) dx = 7 \sin\left(\frac{x}{7}\right) + C$$

$$\begin{aligned} \int_{-a}^a \cos\left(\frac{x}{7}\right) dx &= 7 \sin\left(\frac{a}{7}\right) - 7 \sin\left(\frac{-a}{7}\right) \\ &= 14 \sin\left(\frac{a}{7}\right) \end{aligned}$$

"Dato $a = 11.0 \pm 0.1$ calcola $14 \sin\left(\frac{a}{7}\right)$ "
 $10.9 \leq a \leq 11.1$

"Dato $a = 11.0 \pm 0.1$ calcola $14 \sin\left(\frac{a}{7}\right)$ "
 $10.9 \leq a \leq 11.1$

$$a \qquad 14 \sin\left(\frac{a}{7}\right)$$

$$10.9 \qquad 13.9987$$

$$7 \cdot \frac{\pi}{2} = 10.9956$$

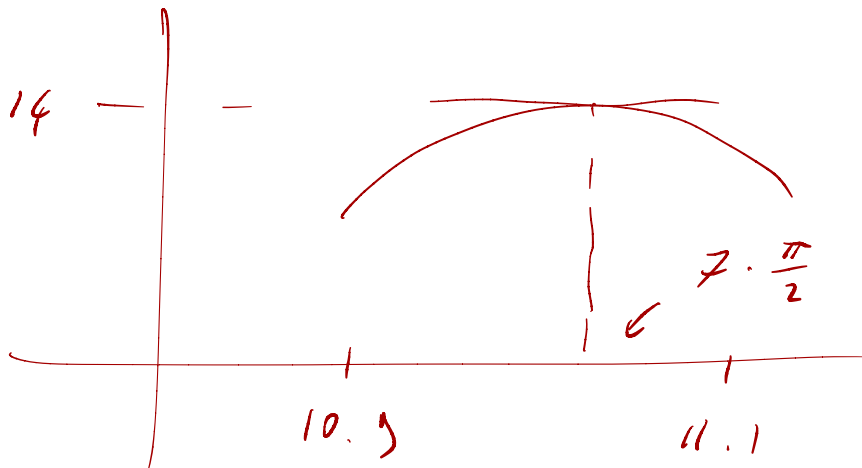
$$14$$

max

$$11.1$$

$$13.9984$$

min



$$\begin{aligned} \int \dots &= \frac{14 + 13.9984}{2} \pm \frac{14 - 13.9984}{2} \\ &= \underline{13.9992 \pm 0.0008} \end{aligned}$$

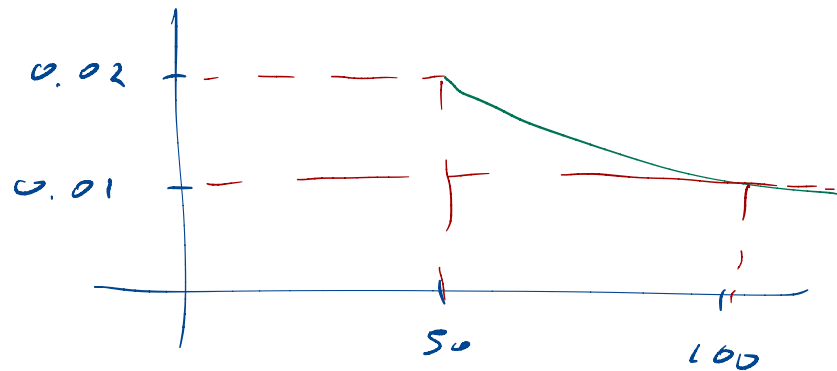
ESERCIZIO D

Stima il valore del seguente integrale definito.

$$\int_{50}^{100} \sin(2x) + \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$$

Suggerimento: potrebbe convenire dividere l'integrale in una parte che si integra analiticamente, ed una gestibile col metodo dei trapezi.

$$\int \dots = \underbrace{\int_{50}^{100} \sin(2x) dx}_{\text{ANALITICO}} + \underbrace{\int_{50}^{100} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx}_{\text{TRAPEZI}}$$



$$\int_{50}^{100} \sin(2x) dx \quad \parallel \quad \int \sin(2x) dx = -\frac{1}{2} \cos(2x) + C$$

$$-\frac{1}{2} \cos(200) + \frac{1}{2} \cos(100) \approx 0.1876$$

(0.6931)

$$\int_{50}^{100} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx \approx$$

$$\approx 10 \cdot \left(\frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{50}\right) + \overbrace{\sin\left(\frac{1}{60}\right)}^{\text{son } 20 \text{ } 1 \frac{1}{2}} + \dots + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{100}\right) \right)$$

$$= 0.6956$$

Risposta $\int \dots \approx 0.1876 + 0.6956$

$$\boxed{\approx 0.88}$$

ESERCIZIO E

Trova la soluzione particolare dell'equazione differenziale $f''(x) = -f(x) - f'(x)$ tale che $f(0) = 1$ e $f'(0) = 0$. Traccia quindi un grafico di questa soluzione per x compresa fra 0 e 10.

$$f'' = -f - f'$$

$$\lambda^2 = -1 - \lambda$$

$$\Delta = -3$$

$$f(x) = e^{-\frac{1}{2}x} \left(C_1 \cos(wx) + C_2 \sin(wx) \right)$$

$$w = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} \left(C_1 \cos + C_2 \sin \right)$$

$$+ e^{-\frac{1}{2}x} \left(-w C_1 \sin + w C_2 \cos \right)$$

$$\begin{cases} f(0) = C_1 = 1 \\ f'(0) = -\frac{1}{2} C_1 + w C_2 = 0 \end{cases}$$

$$C_1 = 1$$

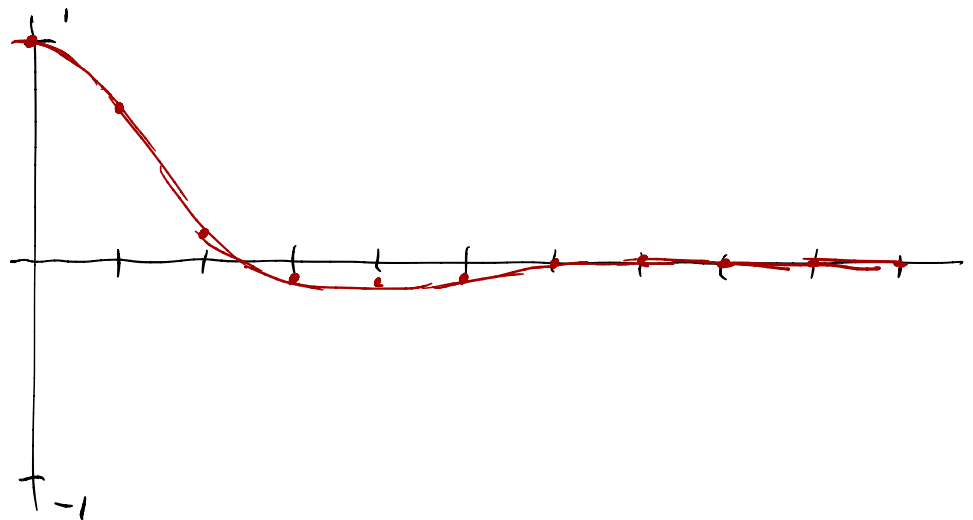
$$C_2 = \frac{1}{2w} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Tnaccia un grafico di.

$$f(x) = e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \left(\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \right)$$

per x fra 0 e 10

x	$f(x)$
0	1
1	0.66
2	0.15
3	-0.12
4	-0.15
5	-0.07
6	0.00
7	0.03
8	0.02
9	0.01
10	0.00



ESERCIZIO C

1. Trova la soluzione generale di $f''(x) = -2f'(x) - 2f(x) + 2$.
2. Scrivi un'equazione differenziale lineare del secondo ordine a coefficienti costanti che ammetta la soluzione particolare $f(x) = 1 + \sin(x+1)$.
3. Determina una soluzione particolare $g(x)$ dell'equazione al punto precedente che soddisfi le condizioni $g(0) = g'(0) = 0$.

2.a Cerco un'eq. omogenea che ammetta
come soluzione $f(x) = \sin(x+1)$

$$f'' = -f$$

2.b Cerco un'eq. $f'' = -f + c$ che
ammetta la soluzione $f(x) = 1 + \sin(x+1)$

$$\cancel{-\sin(x+1)} = \cancel{-1 - \sin(x+1)} + \underbrace{c}_{=1}$$

$$\boxed{f'' = -f + 1}$$

$$\underline{f(x) = C_1 \sin(x) + C_2 \cos(x) + 1}$$