

ESERCIZIO C

1. Trova la soluzione generale di $f''(x) = -2f'(x) - 2f(x) + 2$.
2. Scrivi un'equazione differenziale lineare del secondo ordine a coefficienti costanti che ammetta la soluzione particolare $f(x) = 1 + \sin(x+1)$.
3. Determina una soluzione particolare $g(x)$ dell'equazione al punto precedente che soddisfi le condizioni $g(0) = g'(0) = 0$.

$$f'' = a f' + b f + c$$

$$f(x) = 1 + \sin(x+1)$$

$$f'(x) = \cos(x+1)$$

$$f''(x) = -\sin(x+1)$$

$$-\sin(x+1) = a \cos(x+1) + b(1 + \sin(x+1)) + c$$

$$0 = \underbrace{a}_{0} \cos(x+1) + \underbrace{(b+1)}_0 \sin(x+1) + \underbrace{b+c}_0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ b+1 = 0 \\ b+c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{f'' = -f + 1}$$

$$f'' = -f + 1$$

Risolvere l'eq. omogenea associata

$$f'' = -f$$

$$\lambda^2 = -1 \quad \Delta = -4 \quad w = \frac{\sqrt{-1}}{2} = i$$

$$f(x) = C_1 \cdot \cos(x) + C_2 \sin(x)$$

Trovo una sol. particolare dall'eq.

$$f(x) = 1$$

Sono le due soluzioni

$$f(x) = C_1 \cos(x) + C_2 \sin(x) + 1$$

La sol. generale di $f'' = -f + 1$

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 + 1 = 0 \\ C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = -1 \\ C_2 = 0 \end{cases}$$

$$f(x) = 1 - \cos(x)$$

$$f(x) = C_1 \cos(x) + C_2 \sin(x) + 1$$

1 sol. generale di $f'' = -f + 1$

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = -C_1 \sin(x) + C_2 \cos(x)$$

$$\begin{cases} C_1 \overset{1}{\cos(0)} + C_2 \overset{0}{\sin(0)} + 1 = 0 \\ -C_1 \overset{0}{\sin(0)} + C_2 \overset{1}{\cos(0)} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 + 1 = 0 \\ C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = -1 \\ C_2 = 0 \end{cases}$$

$$f(x) = 1 - \cos(x)$$

Esercizio 1

Un campione composto da 48 uomini e 46 donne viene sottoposto ad un trattamento per l'emicrania. Dopo un mese, 33 partecipanti fra cui 21 uomini dichiara di non aver tratto giovamento dal trattamento; altri 12 uomini dichiarano di aver tratto solo un minimo giovamento dal trattamento e 24 donne di averne tratto forte giovamento.

- Costruire la tabella di contingenza della distribuzione del risultato del trattamento fra uomini e donne.
- Se si trattassero 100 uomini e 100 donne, quale proporzione totale se ne attenderebbe con forte giovamento?
- Possiamo concludere con un livello di significatività del 5% che il trattamento abbia un effetto diverso fra uomini e donne?

a

	UOMO	DONNA	
NULLO	21	12	33
DEBOLE	12	10	22
FORTE	15	24	39
	48	46	94

b

$$\left. \begin{array}{l} \text{Frazione degli uomini} \\ \text{con un forte giov.} \end{array} \right\} = \frac{15}{48}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Frazione delle donne} \\ \text{con un forte giov.} \end{array} \right\} = \frac{24}{46}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{N. degli individui attesi} \\ \text{con un forte g.} \end{array} \right\} = 100 \cdot \frac{15}{48} + 100 \cdot \frac{24}{46}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{P-imp. degli individui attesi} \\ \text{con un forte g.} \end{array} \right\} = \frac{\cdot}{200} = \textcircled{*}$$

$$\textcircled{*} = \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{48} + \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{46} = 0.4171 \approx 42\%$$

③

	UOMO	DONNA	
NUOVO	21	12	33
DEBOLE	12	10	22
FORTE	15	24	39
	48	46	94

	UOMO	DONNA	
NUOVO	16.85	16.15	33
DEBOLE	11.23	10.77	22
FORTE	19.91	19.09	39
	48	46	94

$$\chi^2 = \frac{(21 - 16.85)^2}{16.85} + \dots = 4.67 > \chi^2_{0.05, 2} = 5.99$$

1.02

NO

Quindi non rigettiamo l'ip. nulla.

$$g. di libertà = (colonne - 1) \cdot (righe - 1)$$

Esercizio 2

Si conduce uno studio per rilevare se la prevalenza di diabete negli anziani è associata alla loro autonomia (vivere autonomamente; assistenza domiciliare; casa di cura). Si campionano 1000 anziani di cui 200 sono diabetici. Fra i non diabetici, il 40% vive autonomamente ed il 30% si avvale di assistenza domiciliare. Fra i diabetici il 25% vive autonomamente ed il 50% vive in casa di cura. Dalla tabella di frequenza ottenuta dal campione stimare:

- La probabilità che un anziano sia affetto da diabete e la probabilità che un soggetto che vive in casa di cura sia affetto da diabete.
- La probabilità che un soggetto viva in casa di cura e sia affetto da diabete.
- Si può affermare che la distribuzione di probabilità della variabile autonomia sia diversa fra i diabetici e i non diabetici con un livello di significatività di 0.01?

	san.	malati	
auto.	320	50	370
domi.	240	50	290
cura	240	100	340
	800	200	1000

①

$$\text{Frazione di malati} = \frac{200}{1000} = 0.2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Frazione di malati} \\ \text{tra gli individui in cura} \end{array} \right\} = \frac{100}{340} \approx 0.29$$

②

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fraz. di individui} \\ \text{in cura e malati} \end{array} \right\} = \frac{100}{1000} = 0.1$$

		sani	malati	
Frog. rilevate	auto.	320	50	370
	domi	240	50	290
	cura	240	100	340
		800	206	1000

		sani	malati	
Frog. tecniche	auto.	296	74	370
	domi	etc.		290
	cura			340
		800	206	1000

$$\chi^2 = \frac{(320 - 296)^2}{296} + \dots = \boxed{} > \chi_{0.01, 2}$$

" 9.21

Test the claim that births are uniformly distributed among the months (i.e., one twelfth of the number of births occur on average in any one month), using the following data collected over the course of one year.

Jan	34	Jul	36
Feb	31	Aug	38
Mar	35	Sep	37
Apr	32	Oct	36
May	35	Nov	35
Jun	35	Dec	35

F. niler.	35	31	35	32	35	35
F. toniche	35	35	35	---		
Diff.	0	4	0	3	0	0
	36	38	37	36	35	35

	1	3	2	1	0	0

$$\text{tot. nascite} = 420$$

$$\text{nascite per mese attese} = \frac{420}{12} = 35$$

$$\chi^2 = \frac{4^2}{35} + \frac{3^2}{35} + \frac{1^2}{35} + \frac{3^2}{35} + \frac{2^2}{35} + \frac{1^2}{35} = \frac{40}{35}$$

$$\approx 1.14 \quad \overset{?}{>} \chi_{11, 0.05} = 19.68$$

NON POSSO RIGETTARE L'IP. NULLA