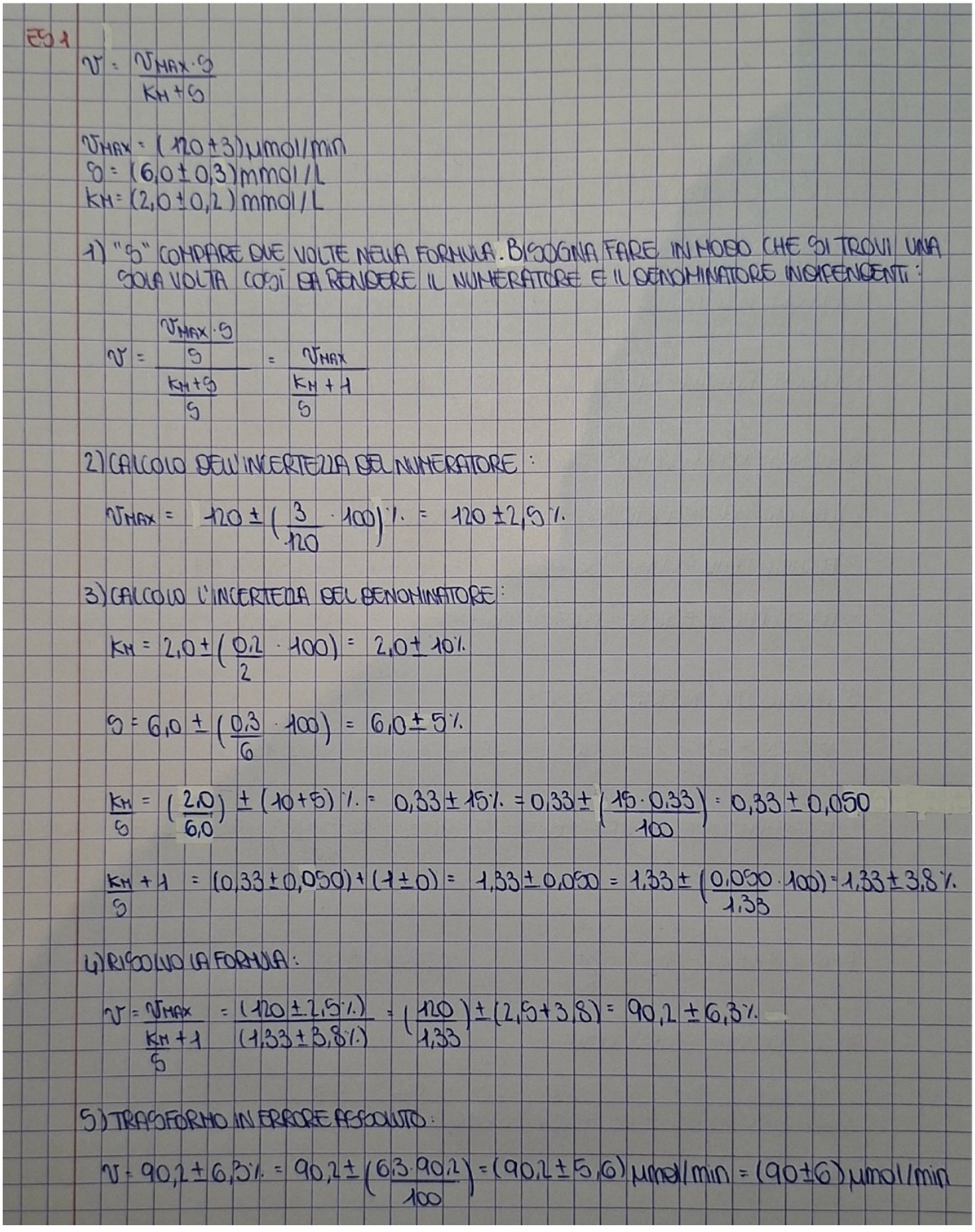
Voto: 6 su 6 **Esposizione:** eccellente (6 su 6)
Commento: L'esercizio è corretto: la riscrittura v = Vmax/(KM/s + 1) toglie la dipendenza e porta a (90 ± 6) µmol/min, con i passi spiegati a parole. Conviene tenere una cifra in più nei passaggi intermedi (KM/s = 0,333, non 0,33): con 1,33 il valore centrale diventa 90,2 invece di 90,0.



Es 1

$$v = \frac{V_{MAX} \cdot S}{K_M + S}$$

$V_{MAX} = (120 \pm 3)\ \mu mol/min$
$S = (6{,}0 \pm 0{,}3)\ mmol/L$
$K_M = (2{,}0 \pm 0{,}2)\ mmol/L$

1) "S" COMPARE DUE VOLTE NELLA FORMULA. BISOGNA FARE IN MODO CHE SI TROVI UNA SOLA VOLTA COSÌ DA RENDERE IL NUMERATORE E IL DENOMINATORE INDIPENDENTI:

$$v = \frac{\frac{V_{MAX} \cdot S}{S}}{\frac{K_M + S}{S}} = \frac{V_{MAX}}{\frac{K_M}{S} + 1}$$

2) CALCOLO DELL'INCERTEZZA DEL NUMERATORE:

$$V_{MAX} = 120 \pm \left(\frac{3}{120} \cdot 100\right)\% = 120 \pm 2{,}5\%$$

3) CALCOLO L'INCERTEZZA DEL DENOMINATORE:

$$K_M = 2{,}0 \pm \left(\frac{0{,}2}{2} \cdot 100\right) = 2{,}0 \pm 10\%$$

$$S = 6{,}0 \pm \left(\frac{0{,}3}{6} \cdot 100\right) = 6{,}0 \pm 5\%$$

$$\frac{K_M}{S} = \left(\frac{2{,}0}{6{,}0}\right) \pm (10+5)\% = 0{,}33 \pm 15\% = 0{,}33 \pm \left(\frac{15 \cdot 0{,}33}{100}\right) = 0{,}33 \pm 0{,}050$$

$$\frac{K_M}{S} + 1 = (0{,}33 \pm 0{,}050) + (1 \pm 0) = 1{,}33 \pm 0{,}050 = 1{,}33 \pm \left(\frac{0{,}050}{1{,}33} \cdot 100\right) = 1{,}33 \pm 3{,}8\%$$

4) RISOLVO LA FORMULA:

$$v = \frac{V_{MAX}}{\frac{K_M}{S} + 1} = \frac{(120 \pm 2{,}5\%)}{(1{,}33 \pm 3{,}8\%)} = \left(\frac{120}{1{,}33}\right) \pm (2{,}5 + 3{,}8) = 90{,}2 \pm 6{,}3\%$$

5) TRASFORMO IN ERRORE ASSOLUTO:

$$v = 90{,}2 \pm 6{,}3\% = 90{,}2 \pm \left(\frac{6{,}3 \cdot 90{,}2}{100}\right) = (90{,}2 \pm 5{,}6)\ \mu mol/min = (90 \pm 6)\ \mu mol/min$$

Voto: 5 su 6 **Esposizione:** eccellente (6 su 6)
Commento: Il metodo dell'intervallo è applicato bene, con le unità di misura e con i passi spiegati; l'unico difetto è che l'incertezza va arrotondata a una cifra significativa: (90 ± 6) µmol/min, non 5,6.

ESERCIZIO A

La velocità v di una reazione catalizzata da un enzima dipende dalla concentrazione s del substrato secondo la legge di Michaelis–Menten

$$v = \frac{V_{max}\, s}{K_M + s}$$

In un esperimento si hanno $V_{max} = (120 \pm 3)$ µmol/min, $K_M = (2.0 \pm 0.2)$ mmol/l e $s = (6.0 \pm 0.3)$ mmol/l. Calcola v, indicando l'incertezza assoluta. *Attenzione: s compare due volte nella formula, quindi il numeratore e il denominatore non sono indipendenti.*

$117 \leq V_{max} \leq 123$

$1,8 \leq k_M \leq 2,2$

s num. = s den.

$5,7 \leq S \leq 6,3$

valore di v senza errori → $V = \dfrac{120 \frac{\mu mol}{min} \cdot 6 \frac{mmol}{l}}{2 \frac{mmol}{l} + 6 \frac{mmol}{l}} = 90 \frac{\mu mol}{min}$

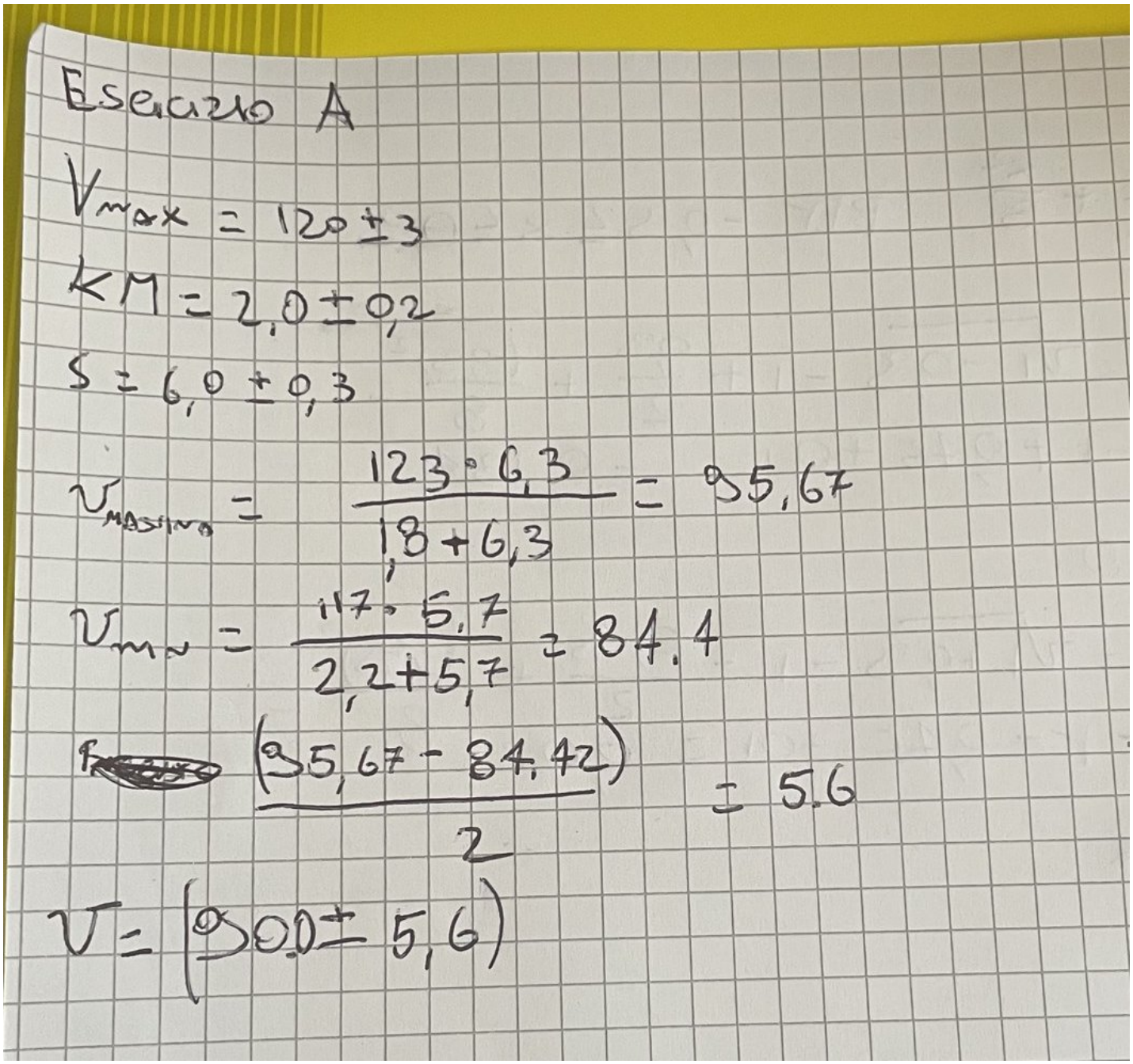
valore di v minimo (num. min/den. max) → $V = \dfrac{117 \frac{\mu mol}{min} \cdot 5,7 \frac{mmol}{l}}{2,2 \frac{mmol}{l} + 5,7 \frac{mmol}{l}} \cong 84,42 \frac{\mu mol}{min}$

valore di v massimo (num. max/den. min) → $V = \dfrac{123 \frac{\mu mol}{min} \cdot 6,3 \frac{mmol}{l}}{1,8 \frac{mmol}{l} + 6,3 \frac{mmol}{l}} \cong 95,67 \frac{\mu mol}{min}$

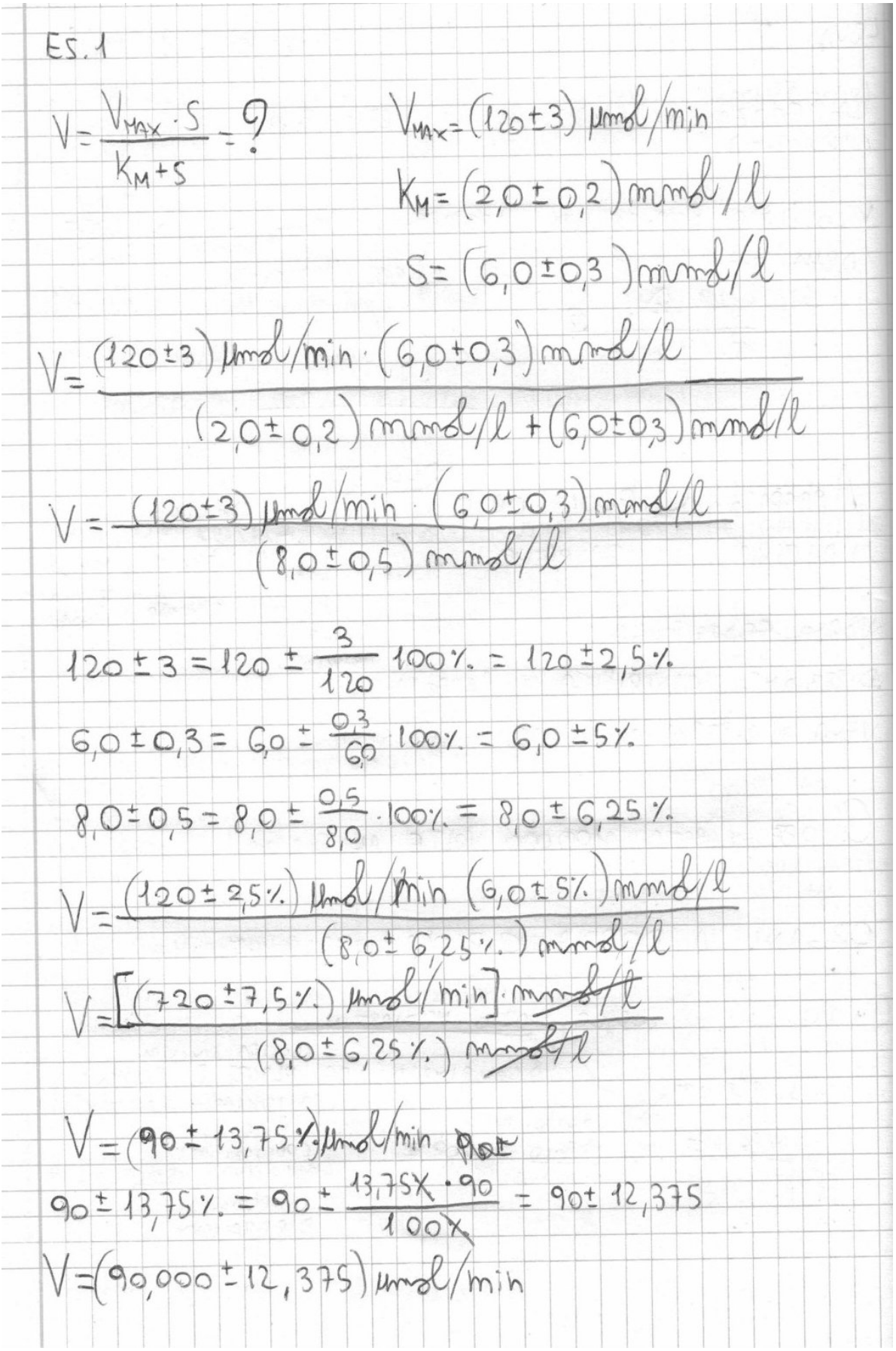
$$V = \left(90,00 \pm \frac{95,67 - 84,42}{2}\right) \frac{\mu mol}{min} =$$

$$= (90,0 \pm 5,6) \frac{\mu mol}{min}$$

Voto: 4 su 6 **Esposizione:** migliorabile (4 su 6)
Commento: Il metodo dell'intervallo è applicato bene: minimo 84,4, massimo 95,67, semiampiezza 5,6. Si perdono due punti nella scrittura del risultato: l'incertezza va arrotondata a una cifra significativa, e manca l'unità di misura: (90 ± 6) µmol/min, non (90,0 ± 5,6). Le unità mancano anche nei dati, e il valore centrale compare solo nel risultato: andava scritto da dove viene, 120 x 6,0/(2,0 + 6,0) = 90.



Voto: 3 su 6 **Esposizione:** buona (5 su 6)
Commento: Le regole per prodotti, somme e quozienti non si possono applicare separatamente a numeratore e denominatore, perché s compare in entrambi e i due non sono indipendenti: così l'incertezza viene sovrastimata (12 al posto di 6). Si può usare il metodo dell'intervallo, oppure riscrivere v = Vmax/(KM/s + 1). Inoltre il risultato non va scritto con tutte le cifre della calcolatrice: 90 ± 12, non 90,000 ± 12,375.



Es. 1

$V = \frac{V_{MAX} \cdot S}{K_M + S} = ?$

$V_{MAX} = (120 \pm 3)\ \mu mol/min$

$K_M = (2{,}0 \pm 0{,}2)\ mmol/l$

$S = (6{,}0 \pm 0{,}3)\ mmol/l$

$$V = \frac{(120 \pm 3)\ \mu mol/min \cdot (6{,}0 \pm 0{,}3)\ mmol/l}{(2{,}0 \pm 0{,}2)\ mmol/l + (6{,}0 \pm 0{,}3)\ mmol/l}$$

$$V = \frac{(120 \pm 3)\ \mu mol/min \cdot (6{,}0 \pm 0{,}3)\ mmol/l}{(8{,}0 \pm 0{,}5)\ mmol/l}$$

$120 \pm 3 = 120 \pm \frac{3}{120} 100\% = 120 \pm 2{,}5\%$

$6{,}0 \pm 0{,}3 = 6{,}0 \pm \frac{0{,}3}{6{,}0} 100\% = 6{,}0 \pm 5\%$

$8{,}0 \pm 0{,}5 = 8{,}0 \pm \frac{0{,}5}{8{,}0} \cdot 100\% = 8{,}0 \pm 6{,}25\%$

$$V = \frac{(120 \pm 2{,}5\%)\ \mu mol/min\ (6{,}0 \pm 5\%)\ mmol/l}{(8{,}0 \pm 6{,}25\%)\ mmol/l}$$

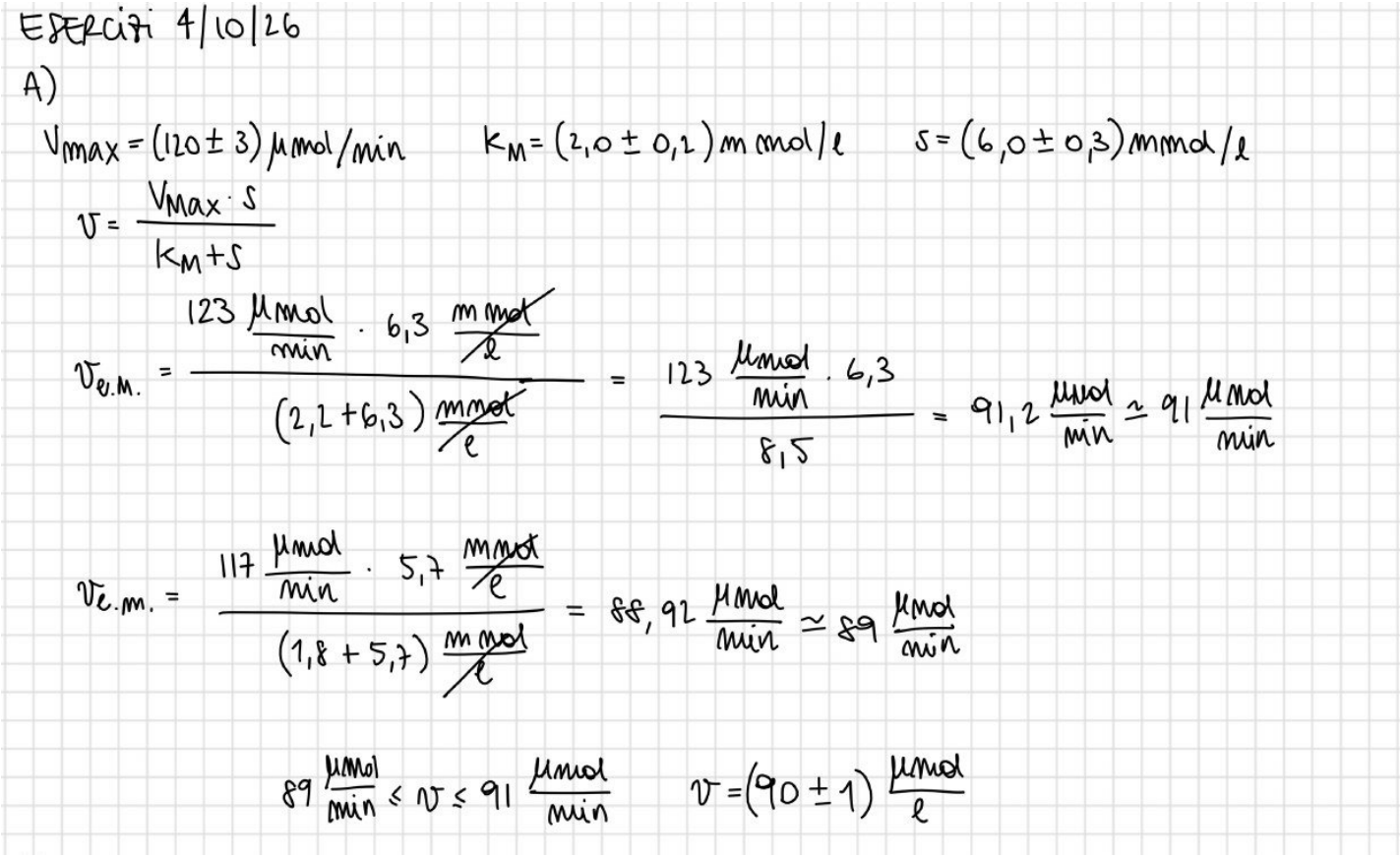
$$V = \frac{[(720 \pm 7{,}5\%)\ \mu mol/min] \cdot mmol/l}{(8{,}0 \pm 6{,}25\%)\ mmol/l}$$

$V = (90 \pm 13{,}75\%)\ \mu mol/min$

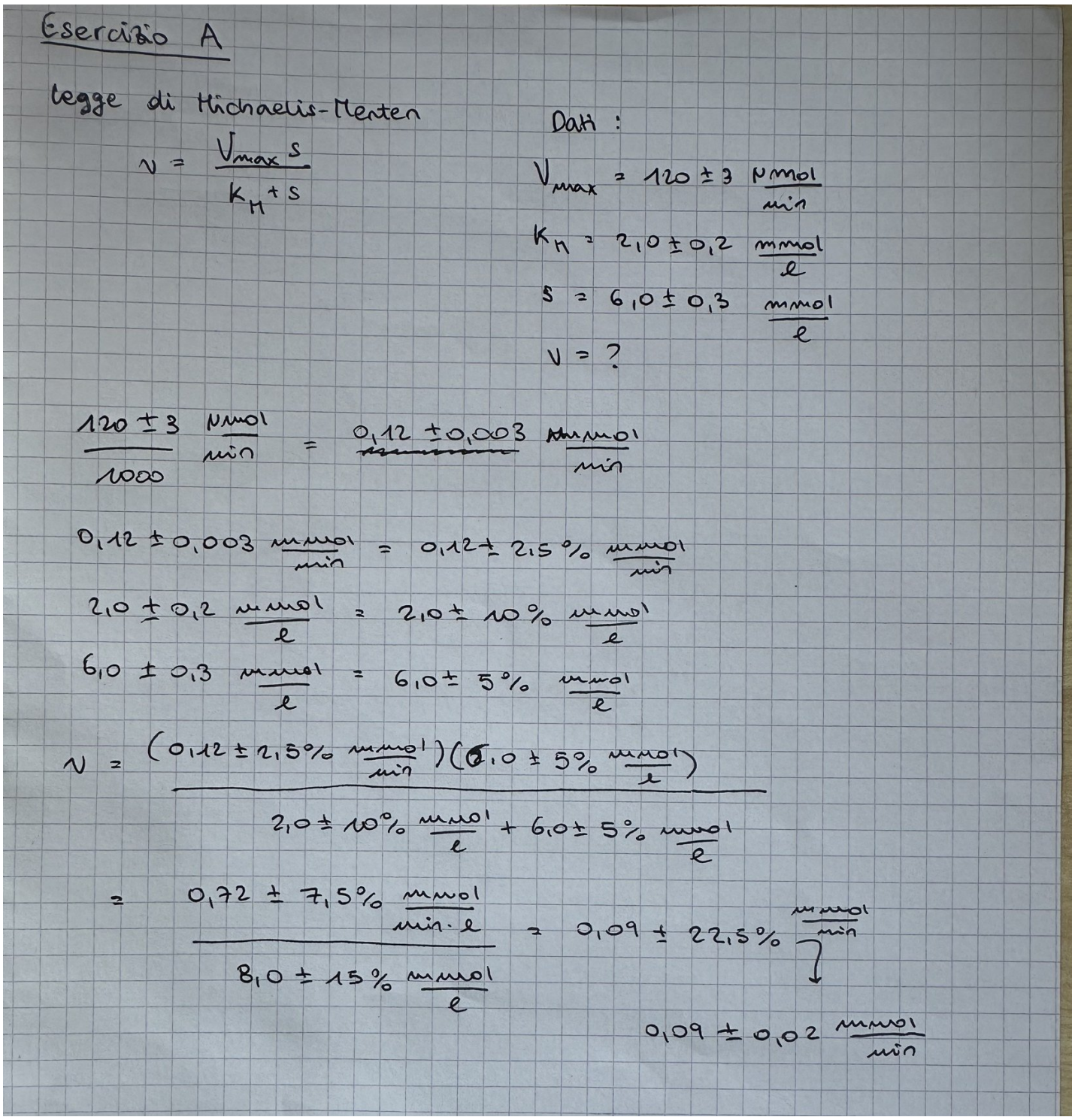
$90 \pm 13{,}75\% = 90 \pm \frac{13{,}75\% \cdot 90}{100\%} = 90 \pm 12{,}375$

$V = (90{,}000 \pm 12{,}375)\ \mu mol/min$

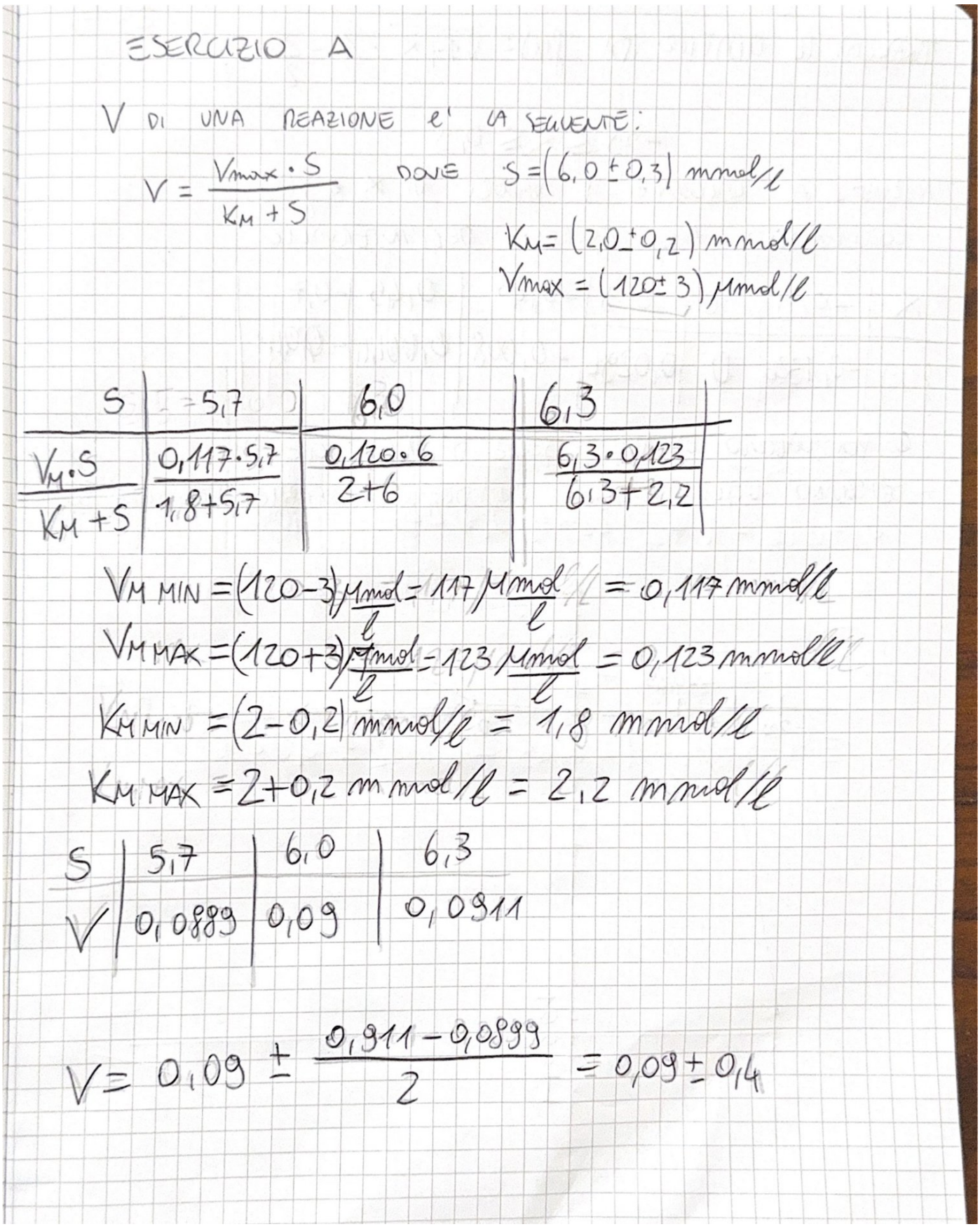
Voto: 3 su 6 **Esposizione:** buona (5 su 6)
Commento: Il metodo dell'intervallo è quello giusto, ma il massimo e il minimo di v non si ottengono mettendo tutti i dati al massimo o tutti al minimo: v cresce con Vmax e con s, ma diminuisce quando KM cresce. Il massimo è 123*6,3/(1,8 + 6,3) = 95,7 e il minimo 117*5,7/(2,2 + 5,7) = 84,4: il risultato è (90 ± 6) µmol/min, non 90 ± 1. Nell'ultima riga l'unità è scritta µmol/l al posto di µmol/min.



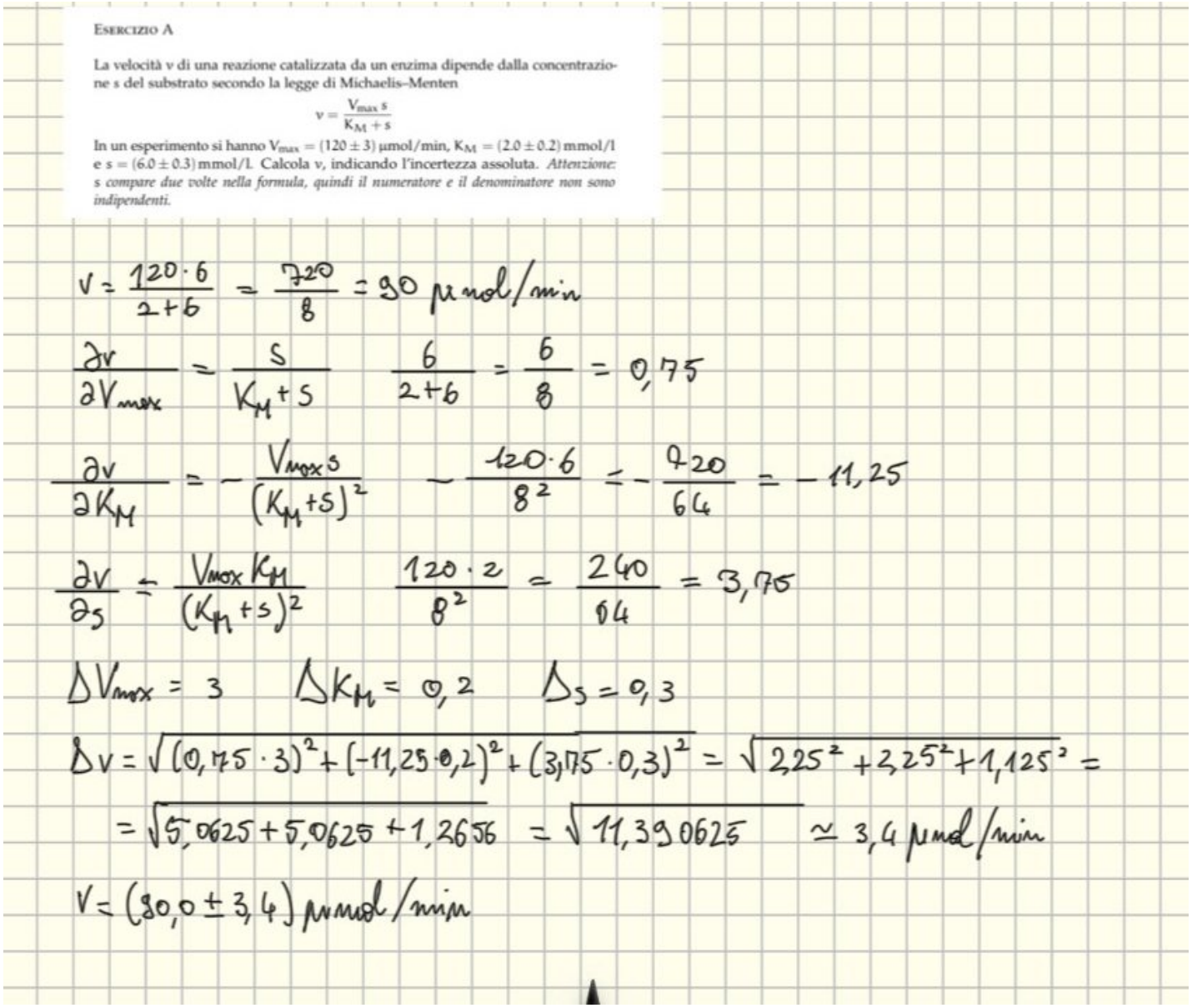
Voto: 2 su 6 **Esposizione:** buona (5 su 6)
Commento: Le regole per prodotti, somme e quozienti non si possono applicare separatamente a numeratore e denominatore, perché s compare in entrambi e i due non sono indipendenti. In più, nella somma KM + s si sommano gli errori assoluti (0,2 + 0,3 = 0,5, cioè il 6,3%), non i relativi (15%). Così l'incertezza risulta 20 al posto di 6. Con il metodo dell'intervallo, o riscrivendo v = Vmax/(KM/s + 1), si ottiene
(90 ± 6) µmol/min.



Voto: 1 su 6 **Esposizione:** buona (5 su 6)
Commento: L'idea di calcolare v per i valori estremi dei dati è giusta, ma le combinazioni scelte non danno il minimo e il massimo: v è minima con Vmax e s minimi e KM massimo, 117*5,7/(2,2+5,7) = 84,4, ed è massima nel caso opposto, 95,7; qui KM minimo è abbinato a s minimo. Poi 0,0911 è stato scritto 0,911 e ne esce 0,09 ± 0,4, un'incertezza più grande del valore: andava notato. Manca l'unità: il risultato è (90 ± 6) µmol/min.



Voto: 5 su 6 **Esposizione:** buona (5 su 6)
Commento: Il valore centrale è corretto. L'incertezza è ottenuta con le derivate parziali sommate in quadratura: non è il metodo del corso, ma è corretto e non viene penalizzato; dà 3,4 invece di 6 perché somma i quadrati dei contributi anziché i loro moduli. Il punto perso è sull'arrotondamento: l'incertezza va scritta con una cifra significativa, (90 ± 3) µmol/min.



ESERCIZIO A

La velocità v di una reazione catalizzata da un enzima dipende dalla concentrazione s del substrato secondo la legge di Michaelis–Menten

$$v = \frac{V_{max}\, s}{K_M + s}$$

In un esperimento si hanno $V_{max} = (120 \pm 3)$ µmol/min, $K_M = (2.0 \pm 0.2)$ mmol/l e $s = (6.0 \pm 0.3)$ mmol/l. Calcola v, indicando l'incertezza assoluta. *Attenzione: s compare due volte nella formula, quindi il numeratore e il denominatore non sono indipendenti.*

$v = \frac{120 \cdot 6}{2+6} = \frac{720}{8} = 90$ µmol/min

$\frac{\partial v}{\partial V_{max}} = \frac{s}{K_M + s}$ $\frac{6}{2+6} = \frac{6}{8} = 0{,}75$

$\frac{\partial v}{\partial K_M} = -\frac{V_{max}\, s}{(K_M+s)^2}$ $-\frac{120 \cdot 6}{8^2} = -\frac{720}{64} = -11{,}25$

$\frac{\partial v}{\partial s} = \frac{V_{max} K_M}{(K_M+s)^2}$ $\frac{120 \cdot 2}{8^2} = \frac{240}{64} = 3{,}75$

$\Delta V_{max} = 3$ $\Delta K_M = 0{,}2$ $\Delta s = 0{,}3$

$\Delta v = \sqrt{(0{,}75 \cdot 3)^2 + (-11{,}25 \cdot 0{,}2)^2 + (3{,}75 \cdot 0{,}3)^2} = \sqrt{2{,}25^2 + 2{,}25^2 + 1{,}125^2} =$

$= \sqrt{5{,}0625 + 5{,}0625 + 1{,}2656} = \sqrt{11{,}390625} \simeq 3{,}4$ µmol/min

$v = (90{,}0 \pm 3{,}4)$ µmol/min