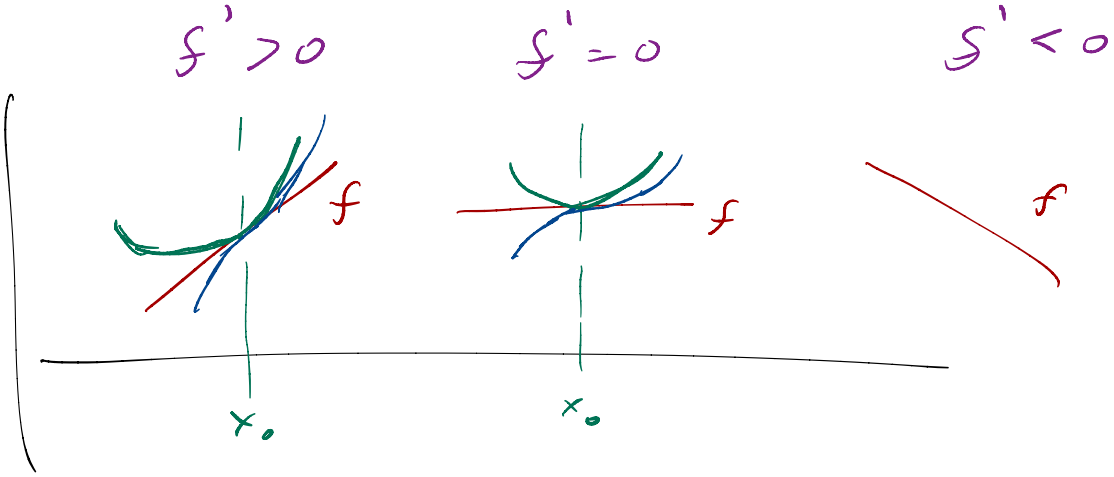
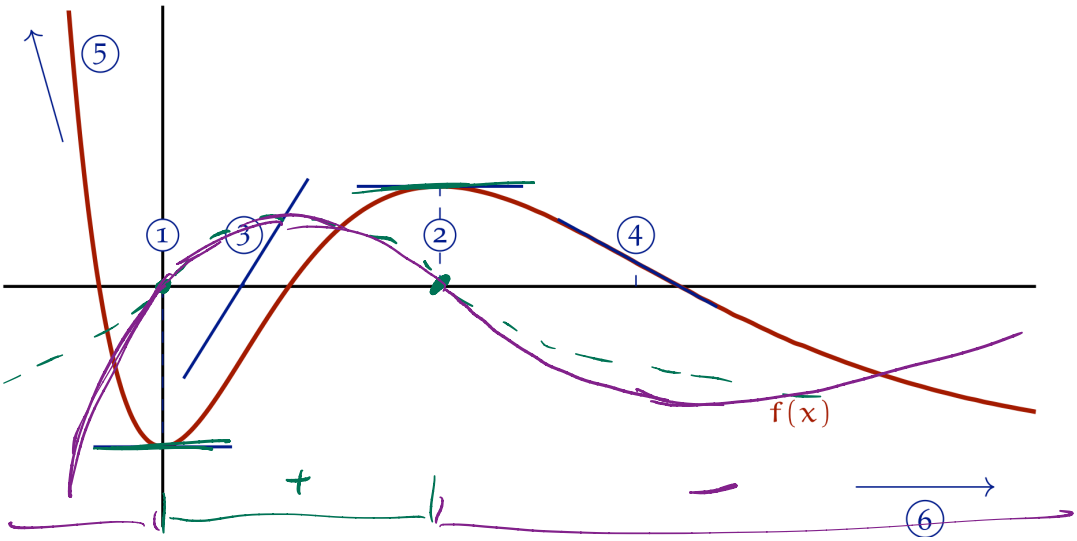
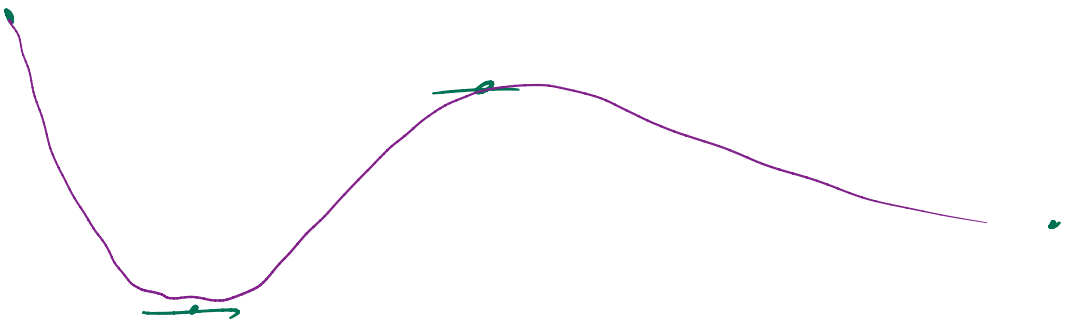
Grafici e derivate





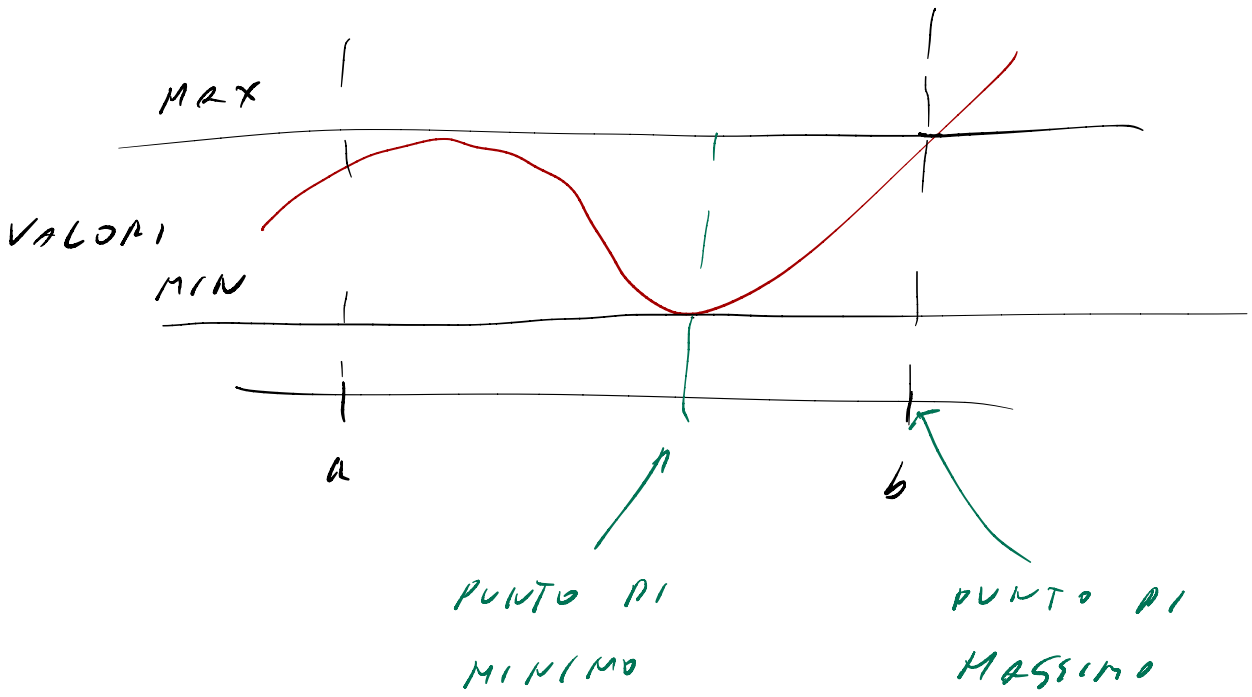


Massimi e minimi

Data $f(x)$ (o minimo)

Determina il massimo valore assunto da $f(x)$ al variare di $a \leq x \leq b$

costanti



1. Risolvo $f'(x) = 0$ "p.ti stazionari"
2. Calcolo f nelle soluzioni $x_1 \dots x_n$ di $f'(x) = 0$ che stanno fra a e b e in a e b.

(3) il massimo valore è il più grande di quelli calcolati.

Trova max e min valori assunti da

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

al variare di x in $-1 \le x \le 4$.

(1) $f'(x) = 3x^2 - 6x$

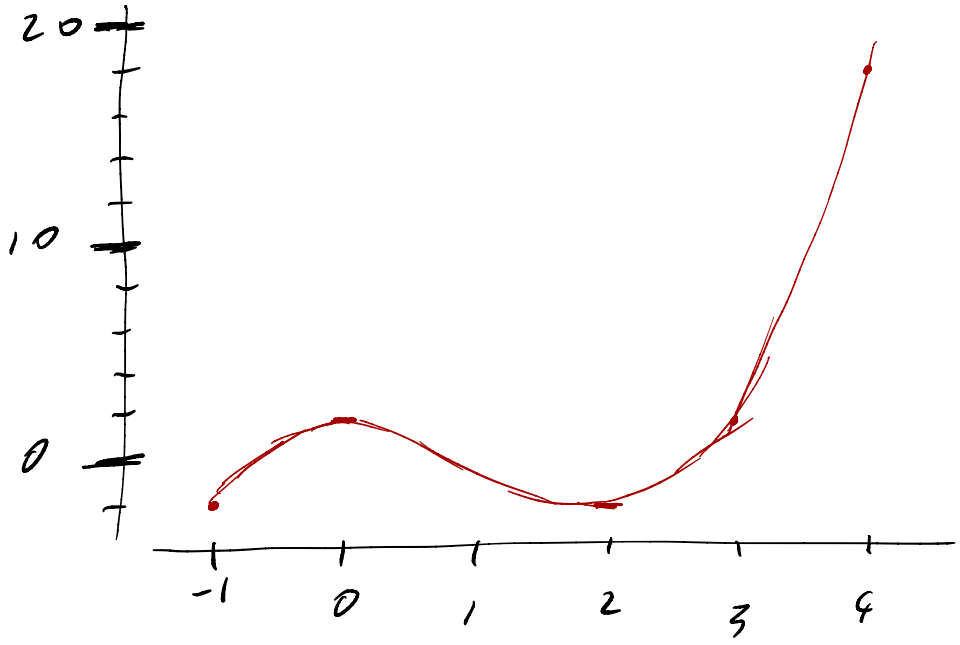
$f'(x) = 0 \qquad 3x^2 - 6x = 0$

$x_1 = 0 \qquad x_2 = 2$

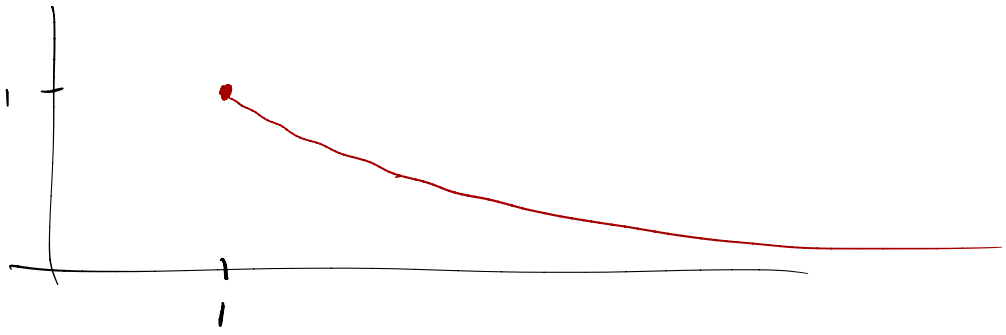
(2)

x	-1 (a)	0	2	4 (b)
	-2	2	-2	18

(3) 0: MIN, 2: MIN, 4: MAX



$f(x) = \frac{1}{x}$ para $x \geq 1$



In generale

1. Risolvo $f'(x) = 0$
2. Massimi e minimi possono trovarsi solo agli estremi del dominio o nei punti stazionari
3. Devo decidere per ciascuno dei candidati se sia un max o no.

$$f(x) = x + \frac{1}{x} \qquad \text{per } x > 0$$

1. $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

$$f'(x) = 0 \iff 1 - \frac{1}{x^2} = 0$$

$\boxed{x = 1}$ $\quad x = -1$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} > 0$$

$$1 > \frac{1}{x^2} \qquad x^2 > 1$$

$$\boxed{x > 1} \quad \vee \quad x < -1$$

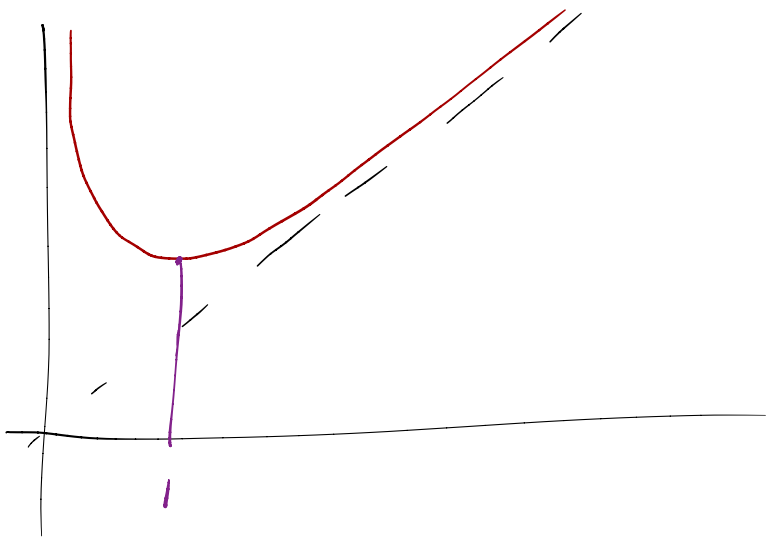
↘ — ↗



$\Rightarrow$ ha un minimo in $x = 1$

assume il suo valore $1 + \frac{1}{1} = 2$

non ha massimi



Esercizio 138 (soluzione a p. 334)
Traccia il grafico di

$$f(x) = x - 5\sin(x)$$

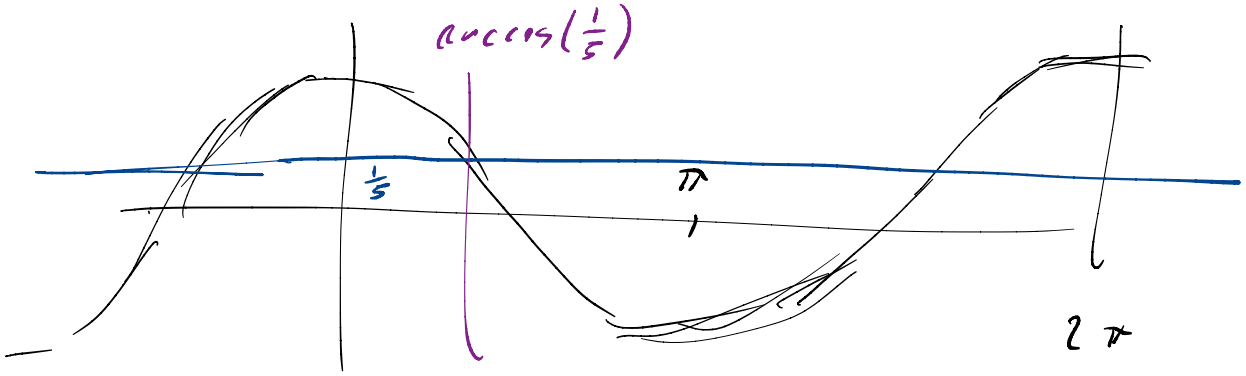
per $0 \leqslant x \leqslant 10$ su un diagramma cartesiano. Trova i punti stazionari di $f(x)$ in questo intervallo, e determina il massimo e il minimo dei valori assunti da $f(x)$ nel medesimo intervallo. Indica i tuoi risultati con quattro cifre significative di precisione.

$f'(x) = 1 - 5\cos(x)$

$f'(x) = 0 \qquad 1 - 5\cos(x) = 0$

$\cos(x) = \frac{1}{5}$

$x = \arccos\left(\frac{1}{5}\right)$

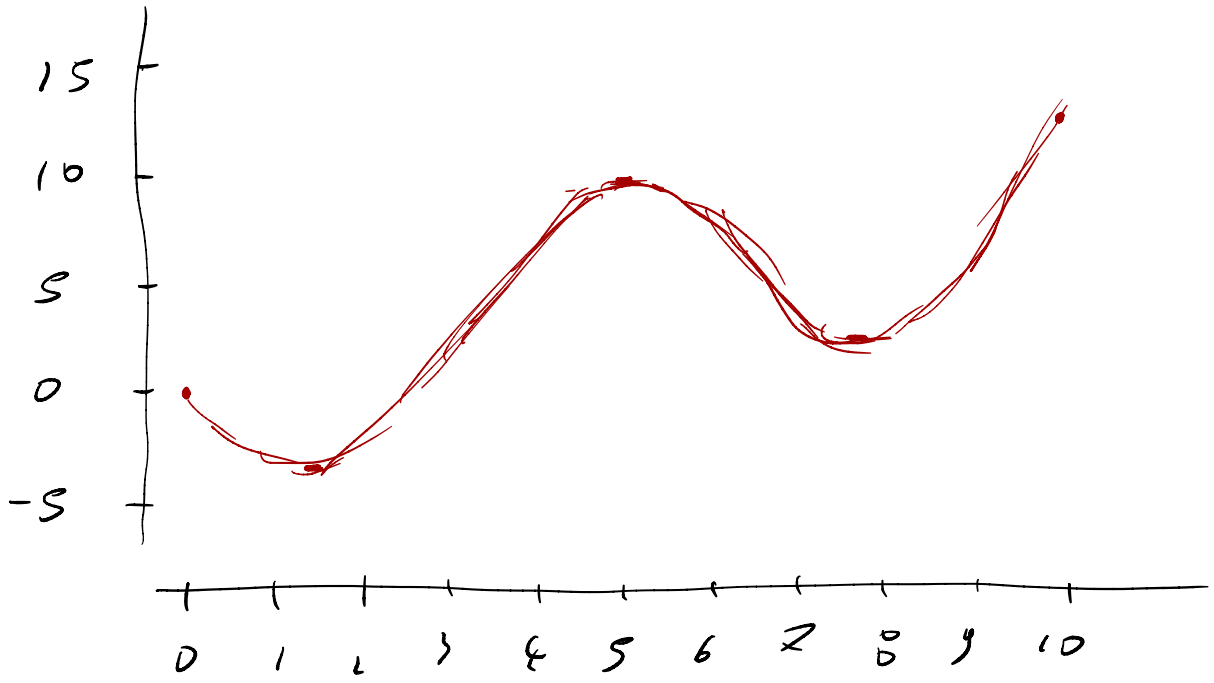


$x = 2k\pi \pm \arccos\left(\frac{1}{5}\right)$

$x_1 = \arccos\frac{1}{5}$ $\qquad x_2 = 2\pi - \arccos\frac{1}{5}$ $\qquad x_3 = 2\pi + \ldots$

~ 1.37 $\qquad \sim 4.91$ $\qquad \sim 7.65$

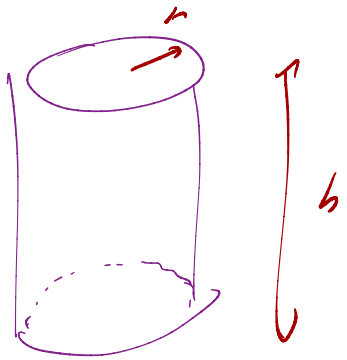
0	~1.37	~4.91	~7.65	10
0	-3.53	9.81	2.75	12.72

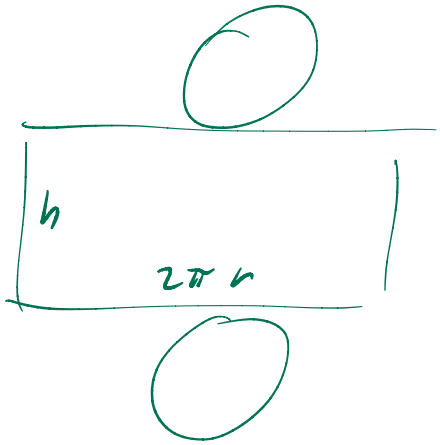


Esercizio 141 (soluzione a p. 339)
Si vuole costruire un fusto cilindrico in lamiera di acciaio, chiuso da ogni lato, più capiente possibile. La lamiera è spessa 0.90 mm e il peso del fusto vuoto deve essere di 14 kg. Sapendo che il peso specifico dell'acciaio è 7.85 kg/L, calcola la capienza del fusto.

Sappiamo la superficie totale S

Vogliamo trovare il massimo volume V.





$$V = \pi h r^2$$

$$S = 2\pi h r + 2\pi r^2$$

$$2\pi h r = S - 2\pi r^2$$

$$h = \frac{S}{2\pi r} - r$$

$$V = \frac{1}{2} S r - \pi r^3$$

$$\frac{dV}{dr} = \frac{1}{2} S - 3\pi r^2 = 0$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$$

