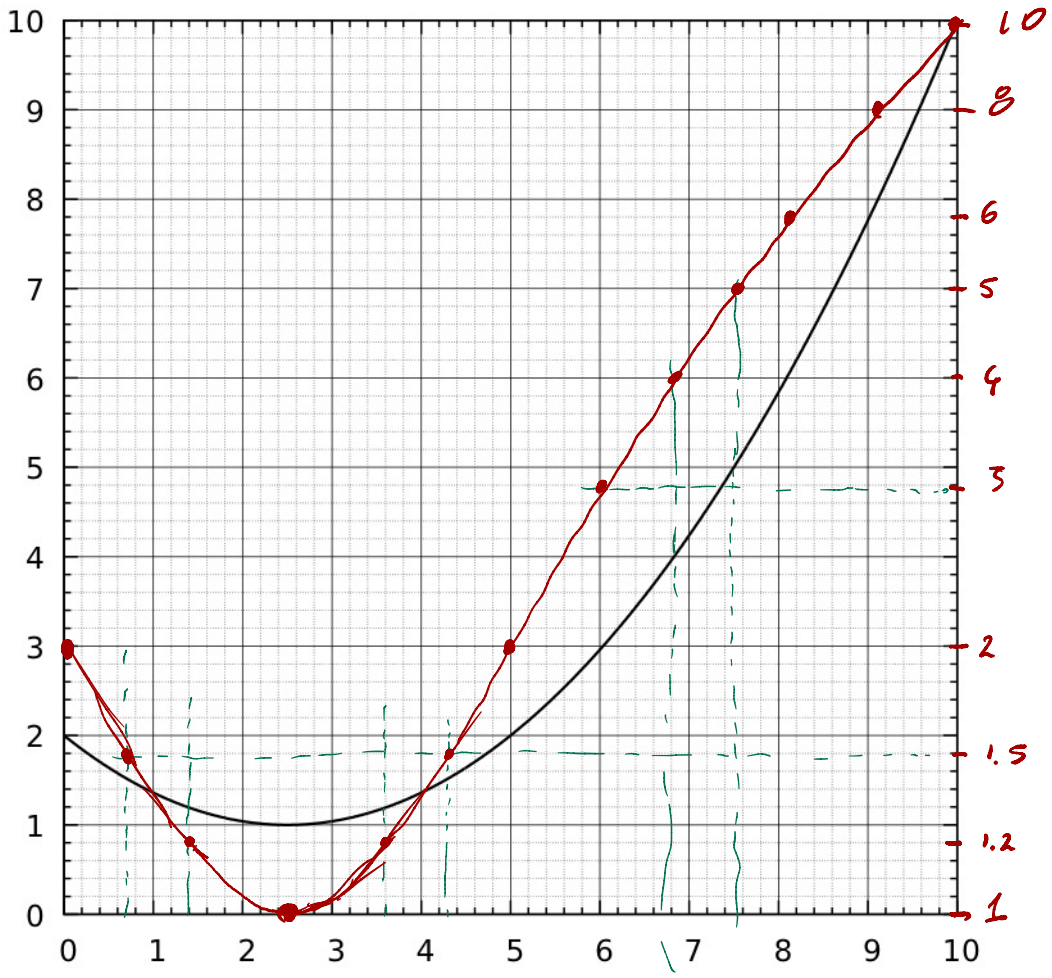
25·1·2023 Esercizio C

Considera la funzione $f(x)$ rappresentata dal seguente diagramma.



Rappresenta la medesima funzione per mezzo di un grafico semi-logaritmico.

13·II·2023 Esercizio C

Un condensatore con la capacità nominale di 10 µF (microfarad) perde, secondo il produttore, il 3% della sua capacità nominale ogni volta che l'età del componente, misurata dalla produzione, decuplica. Il produttore specifica che la capacità nominale è la capacità del condensatore dopo 1000 ore dalla produzione.

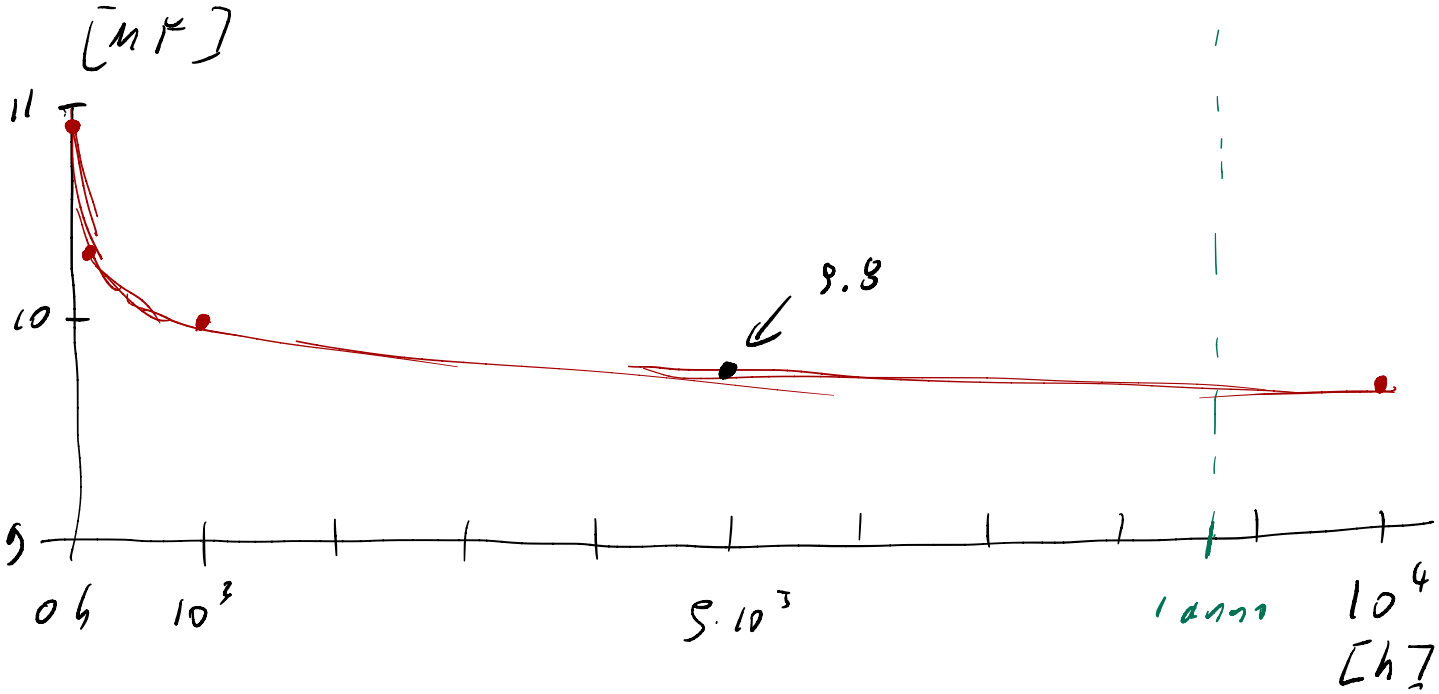
1. Traccia un diagramma cartesiano che rappresenta la capacità di questo condensatore da un'ora dopo la produzione, fino a un anno dopo la produzione.
2. Traccia il medesimo grafico usando una scala logaritmica per i tempi.
3. Scrivi una formula che permette di calcolare la capacità in funzione dell'età del componente.

t [h]	C [µF]
1	10.9
10	10.6
100	10.3
1000	10
10^4	9.7

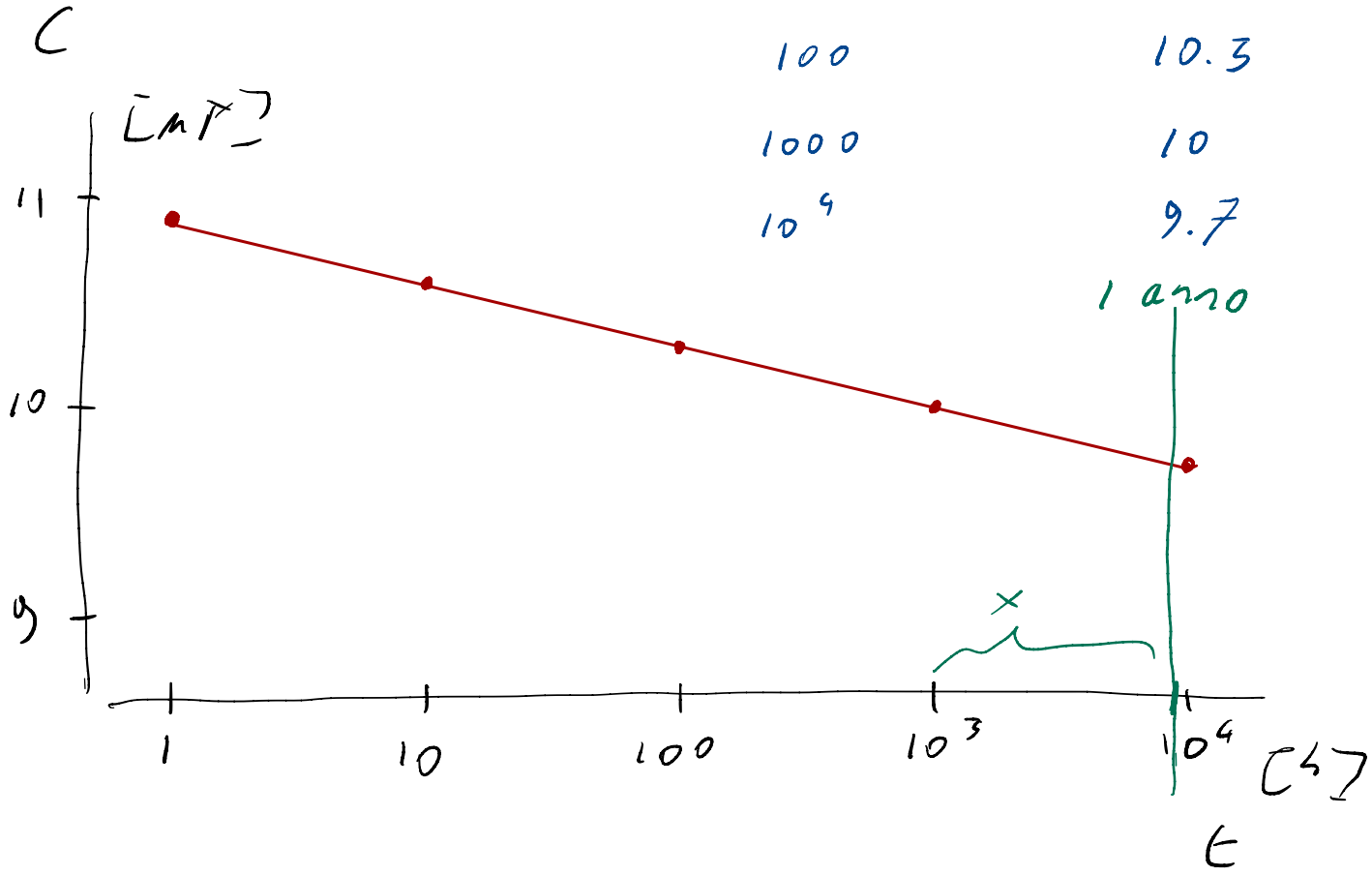
1 anno = $1 \cdot (365.25 \cdot 24\ \text{h})$

$= 8766\ \text{h}$

$= 8.8 \cdot 10^3$



t [h]	C [μF]
1	10.9
10	10.6
100	10.3
1000	10
10^4	9.7



1 anno $= 8.8 \cdot 10^3$ h

$$6\ g : \underbrace{\log_{10} 10^4 - \log_{10} 10^3}_{1} = x : \underbrace{\log_{10}(8.8 \cdot 10^3) - \log_{10} 10^3}_{\log 8.8}$$

(1 anno)

$x \simeq 5.7$ g

$$t = K \cdot 10^{\frac{C}{C_0}} \qquad C = C_0 \log_{10}\left(\frac{t}{K}\right)$$

$$\begin{cases} 1000\ h = K \cdot 10^{\frac{10\ \mu F}{C_0}} \\ 1\ h = K \cdot 10^{\frac{10.9\ \mu F}{C_0}} \end{cases}$$

$$1000 = 10^{\frac{10\ \mu F}{C_0} - \frac{10.9\ \mu F}{C_0}}$$

$$1000 = 10^{-\frac{0.9\ \mu F}{C_0}}$$

$$C_0 = \frac{-0.9\ \mu F}{\log_{10} 1000} = -0.3\ \mu F$$

$$1000\ h = K \cdot 10^{\frac{10\ \mu F}{-0.3\ \mu F}}$$

$$K = 1000\ h \cdot 10^{\frac{10}{0.3}} \qquad t = K \cdot 10^{\frac{C}{C_0}}$$

$$t = 1000\ h \cdot 10^{\frac{10}{0.3} + \frac{C}{-0.3\ \mu F}}$$

$$= 1000\ h \cdot 10^{-\frac{C - 10\ \mu F}{0.3\ \mu F}}$$

$$t = 1000\,\text{h} \cdot 10^{-\frac{C - 10\,\mu\text{F}}{0.3\,\mu\text{F}}}$$

$$-\frac{C - 10\,\mu\text{F}}{0.3\,\mu\text{F}} = \log_{10}\frac{t}{1000\,\text{h}}$$

$$\boxed{C = 10\,\mu\text{F} - 0.3\,\mu\text{F} \cdot \log_{10}\frac{t}{1000\,\text{h}}}$$

Esercizio 107 (soluzione a p. 311)
Un articolo riporta, per 100 pazienti, "peso medio 72 ± 3 kg", senza precisare che cosa sia il ± 3 kg. Fra quali valori sta, grosso modo, il peso del 95% dei pazienti, se

1. 3 kg è la deviazione standard dei pesi; 72 ± 6 kg
2. 72 ± 3 kg è l'intervallo di confidenza al 95% della media?

Supponi che i pesi siano distribuiti in modo circa gaussiano.

2.

$$72\text{ kg} \pm \underbrace{2 \cdot \widehat{SEM}}_{3\text{ kg}} \qquad \widehat{SEM} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{100}}$$

$$3\text{ kg} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{100}} \cdot 2$$

$$\hat{\sigma} = \sigma(\text{campione}) = \frac{3\text{ kg} \cdot \sqrt{100}}{2} = 15\text{ kg}$$

2σ

72 ± 30 kg

Esercizio 108 (soluzione a p. 311)
Su 250 compresse prodotte da una macchina, scelte a caso e controllate, 12 risultano fuori specifica. Stima, con un intervallo di confidenza al 95%, la percentuale di compresse fuori specifica prodotte dalla macchina.

$$\hat{p} = \frac{12}{250} = 0.048 = 4.8\%$$

$$\hat{p} \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$= 0.048 \pm 0.026 = (4.8 \pm 2.6)\%$$

Esercizio 109 (soluzione a p. 311)
Un sondaggio su 1000 persone scelte a caso stima che il 40% della popolazione assuma regolarmente integratori alimentari, con un intervallo di confidenza al 95% di $\pm 3\%$.

1. Verifica che l'intervallo $\pm 3\%$ è corretto.
2. Con 4000 intervistati, e la stessa proporzione nel campione, quale sarebbe l'intervallo?

$\pm 1.5\%$

$\hat{p} = 0.40$

$\hat{p} \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.4\,(1-0.4)}{1000}}$

$0.030 = 3\%$ ✓