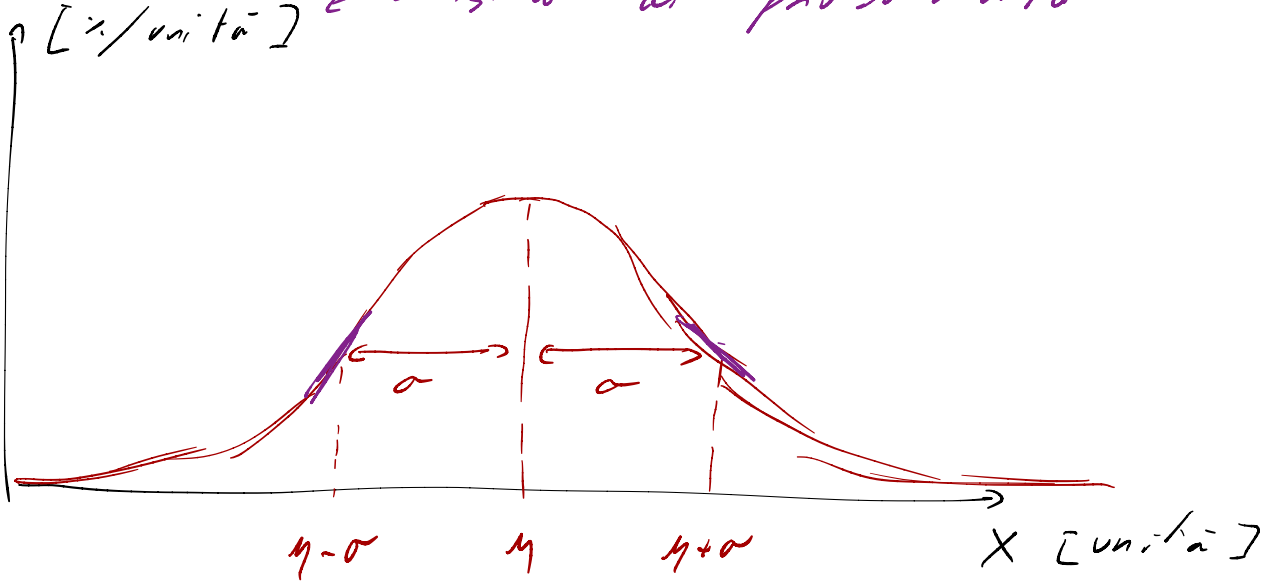
La distribuzione gaussiana (o normale)

è densità di probabilità



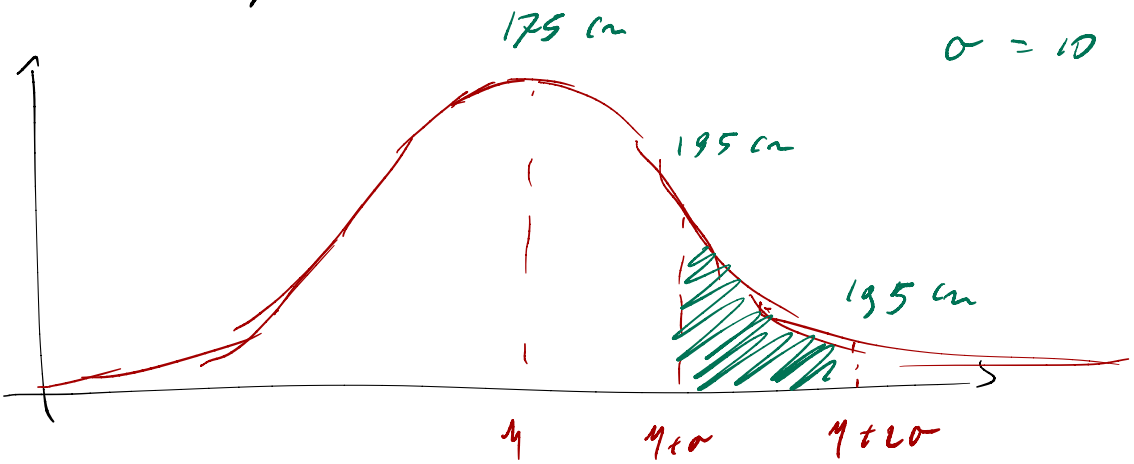
Fatto:

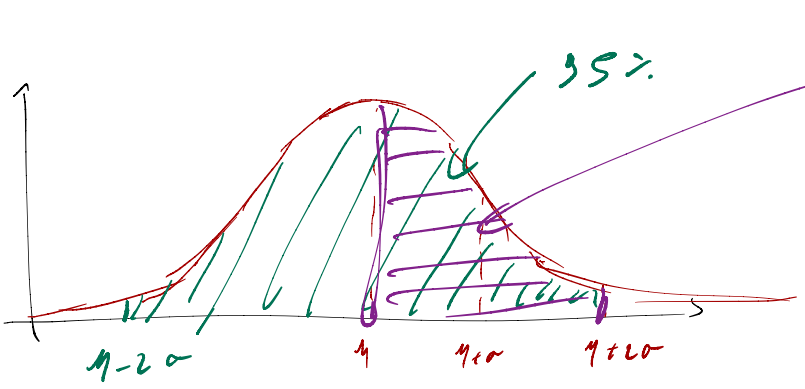
- Fra $\mu-\sigma$ e $\mu+\sigma$ c'è il $\approx 68\%$ della pop.
- $\mu-2\sigma$ e $\mu+2\sigma$ — $\approx 95\%$ —
- $\mu-3\sigma$ e $\mu+3\sigma$ — $\approx 99.7\%$ —

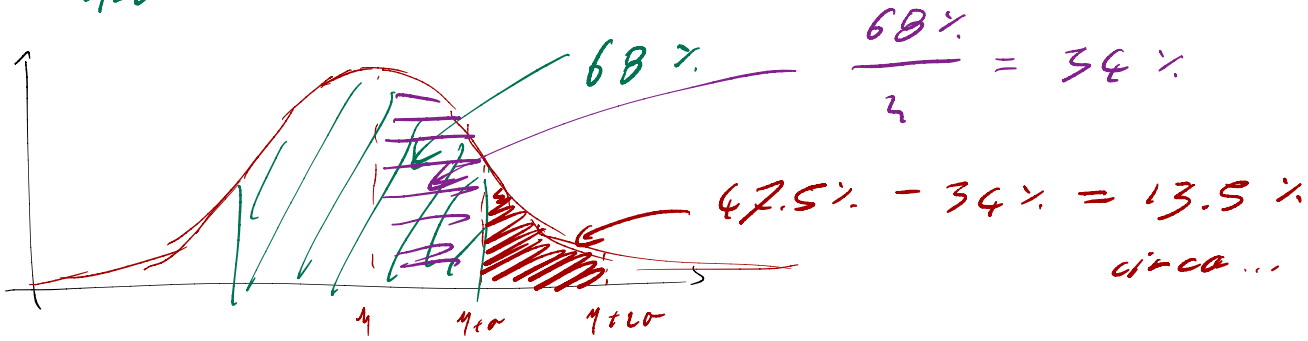
Che % della pop. è compresa fra $\mu+\sigma$ e $\mu+2\sigma$.

$\mu = 175$ cm

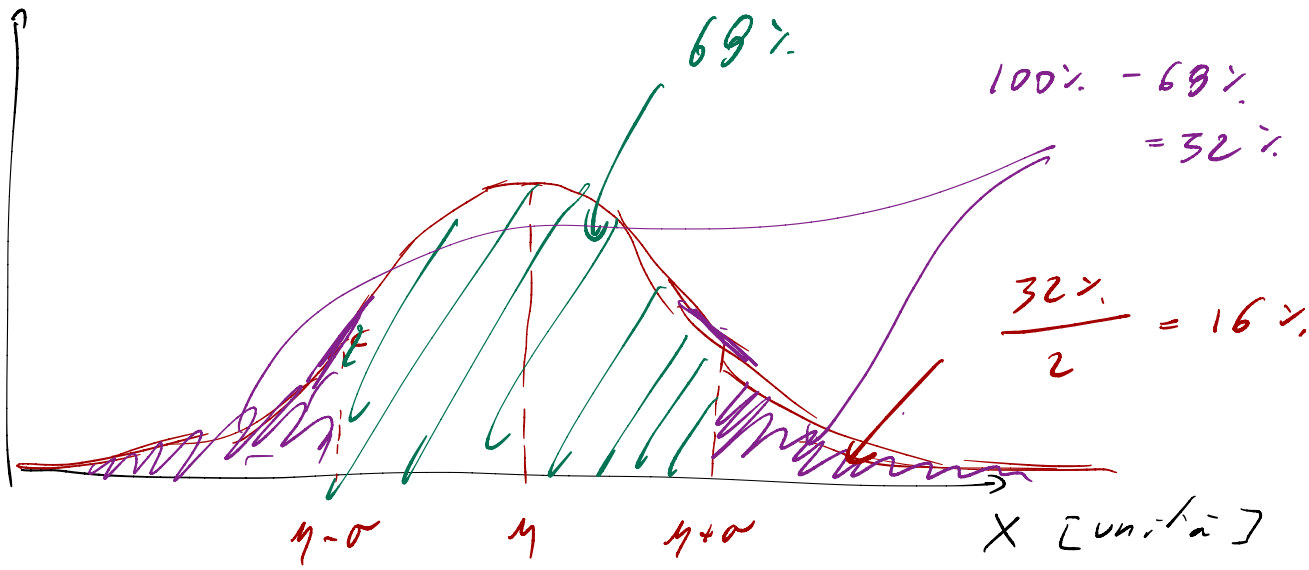
$\sigma = 10$ cm





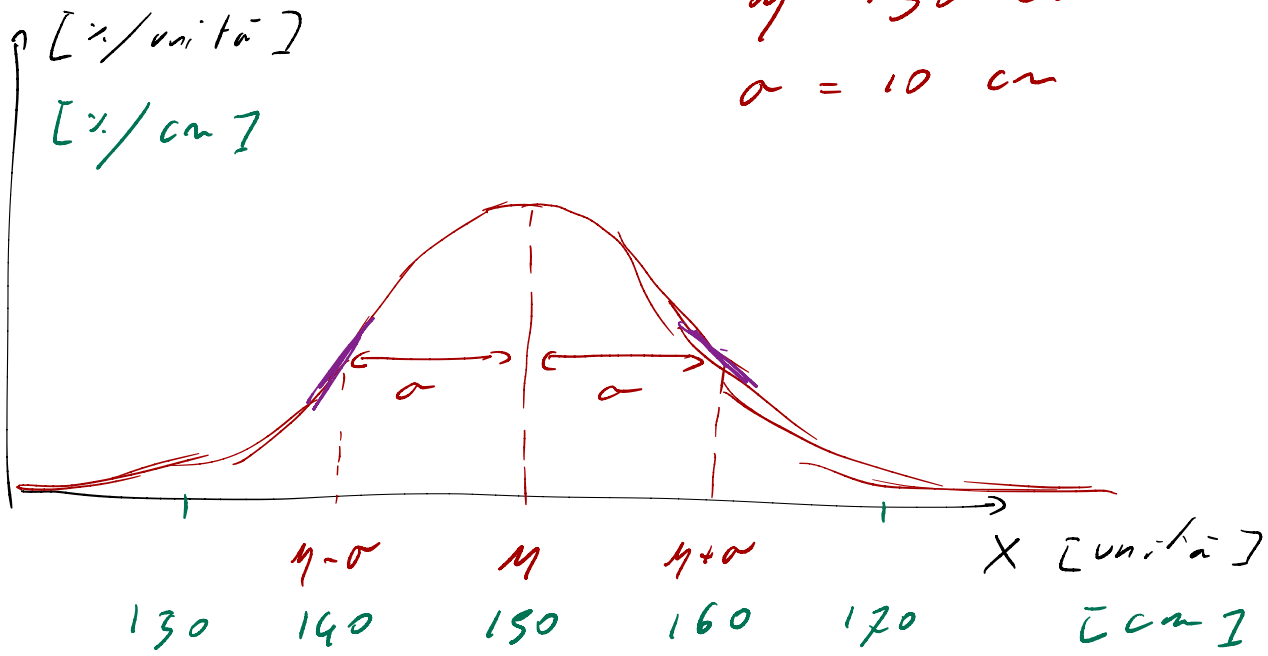


Quanti individui superano $\mu+\sigma$

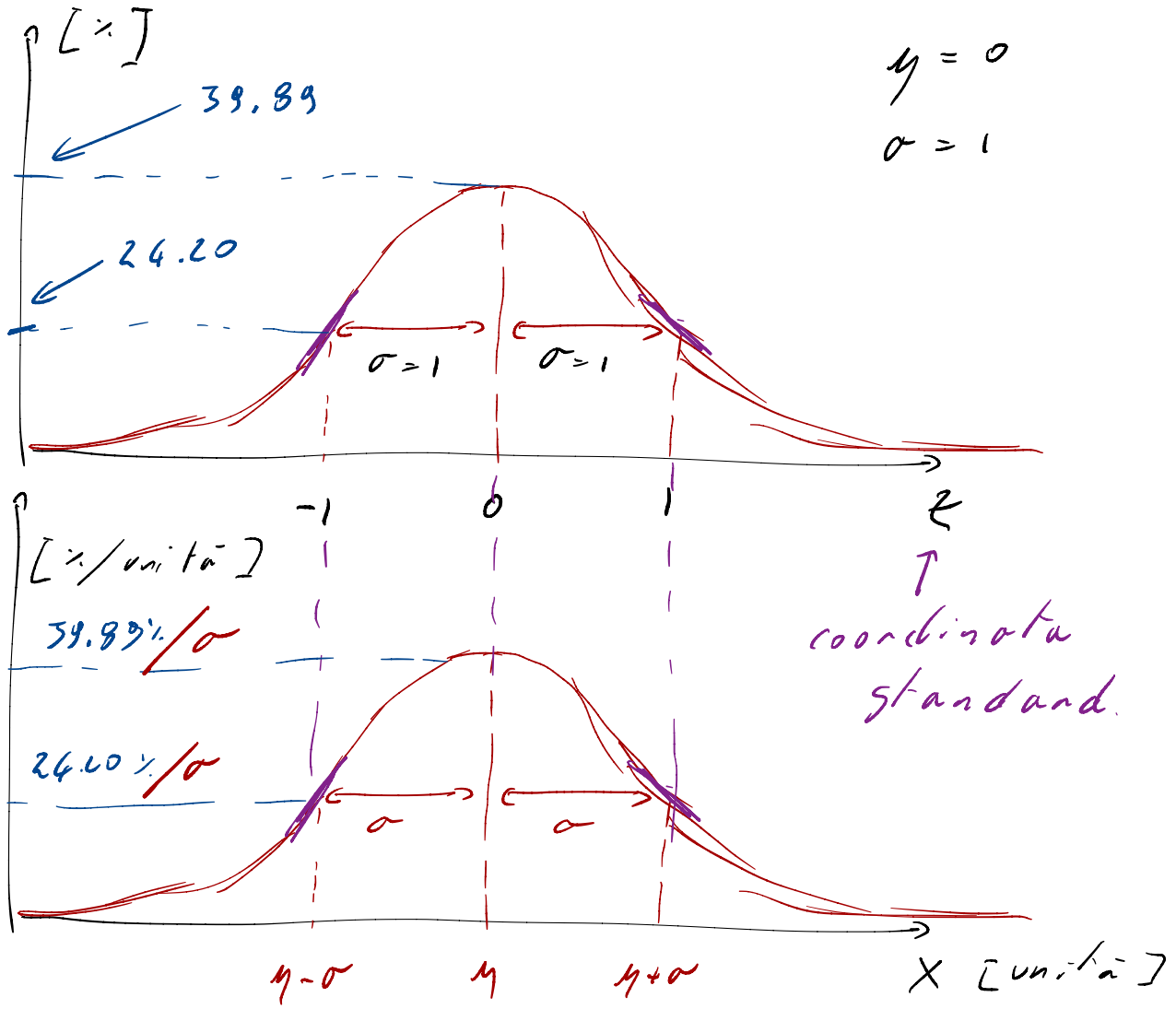


$\mu = 150$ cm

$\sigma = 10$ cm

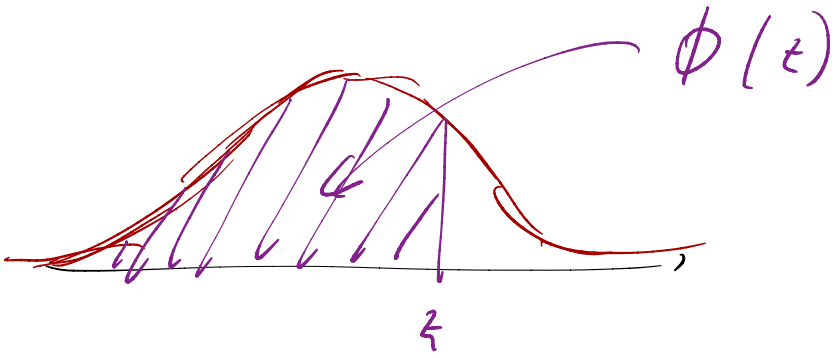


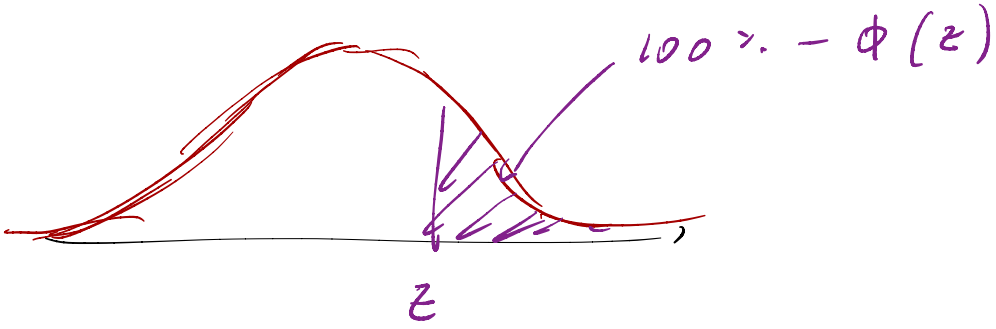
La gaussiana standard

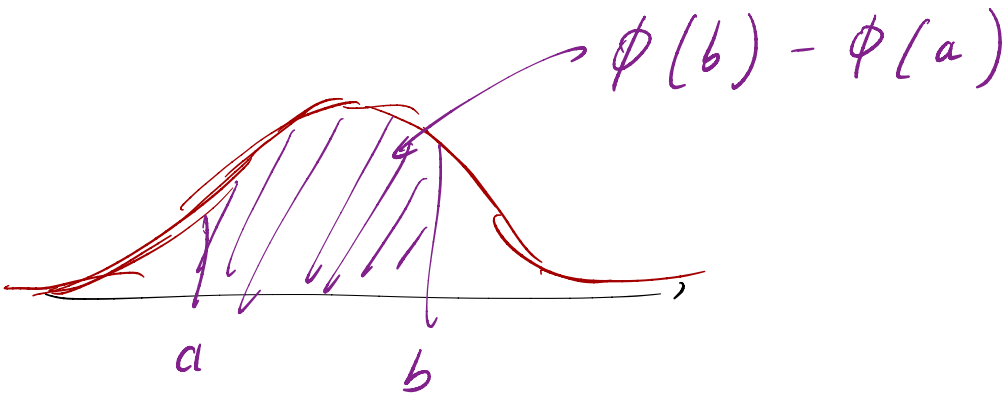


$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

x	z
μ	0
$\mu + \sigma$	1
$\mu - \sigma$	-1


Φ(t)
t


100% - Φ(z)
z


Φ(b) - Φ(a)
a
b

Esercizio

Il quoziente di intelligenza (QI) è costruito in modo tale che risulta distribuito in maniera gaussiana con media 100 e deviazione standard 15. Riporta su un diagramma la graduazione corretta, inclusa l'unità di misura sull'asse delle ordinate. Completa quindi le frasi seguenti.

1. Il 50 % delle persone ha un QI maggiore di 100.
2. Il 25 % delle persone ha un QI maggiore di 110.
3. Il 9 % delle persone ha un QI maggiore di 120.
4. Le persone con un QI minore di 95 sono tante quante quelle con un QI maggiore di 105
5. Solo una persona su 100 ha un QI maggiore di 135
6. La differenza fra il 75-esimo e il 25-esimo percentile (detta differenza interquartile) è di 20 punti, e in questo intervallo di QI cade il 50 % delle persone.

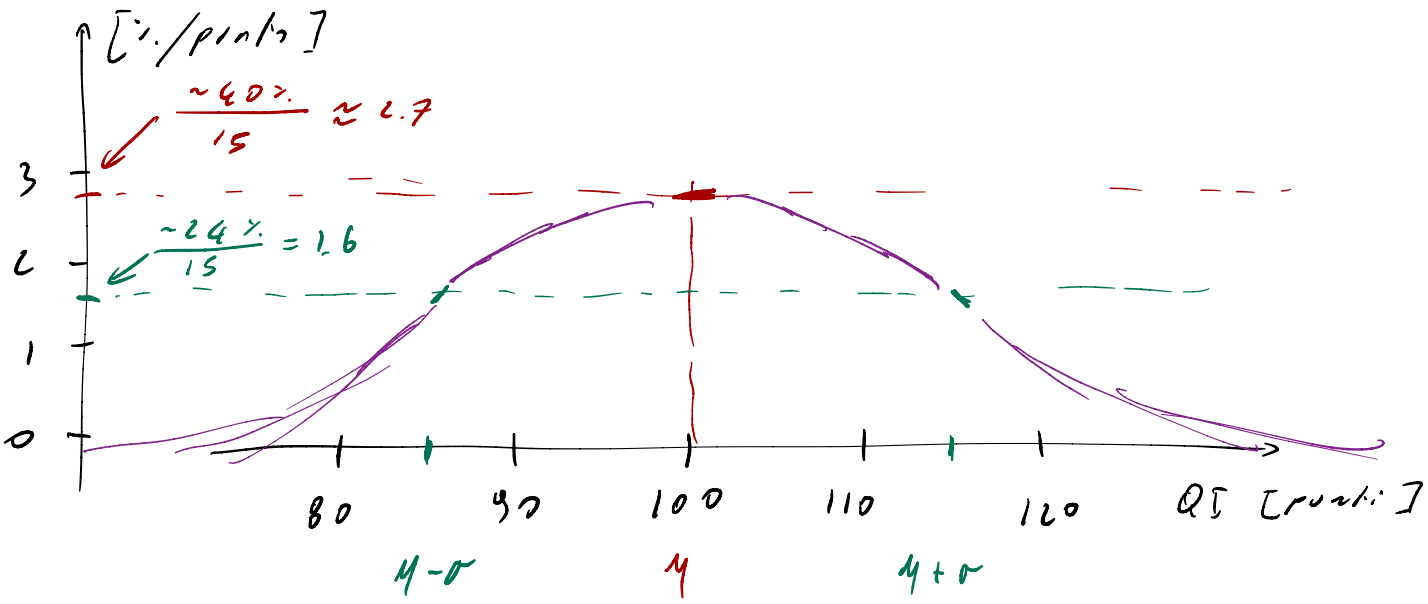
$$z = \frac{110 - 100}{15} = \frac{10}{15} \approx 0.67$$

$\mu - 5$

$\mu + 5$

$\phi(0.67) = 74.85$

$100 - 74.85 = 25.15$



z	$\phi(z)$
2.30	98.93
2.35	99.061

$\phi(z) = 99$

0.027

$$z = 2.30 + (99 - 98.93) \cdot \frac{2.35 - 2.30}{99.06 - 98.93}$$

$$z = 2.33 = \frac{QI - 100}{15} \Rightarrow QI = 135$$

$z \rightarrow QI \qquad z = \dfrac{QI - 100}{15}$

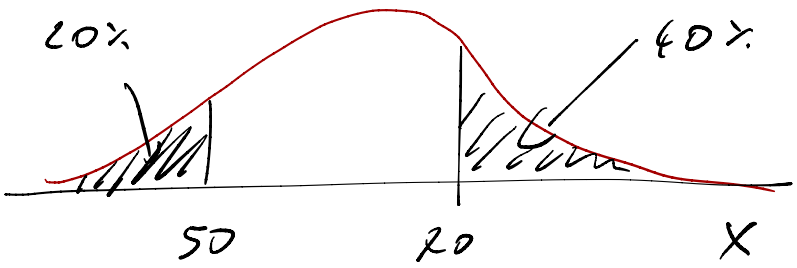
$$QI = z \cdot 15 + 100$$

$$QI_{75} = 0.675 \cdot 15 + 100$$

$$QI_{15} = -0.675 \cdot 15 + 100$$

$$IQR = QI_{75} - QI_{25} = 0.675 \cdot 30 \approx 20.$$

Esercizio
La variabile statistica X è distribuita in maniera gaussiana. Sapendo che il 40% degli individui ha $X > 70$ e il 20% degli individui ha $X < 50$, determina media e deviazione standard di X.



X	z
50	z_{20}
70	z_{60}

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$z_{20} = -0.8413$

$z_{60} = 0.2534$

$$\begin{cases} \frac{50 - \mu}{\sigma} = -0.8413 \\ \frac{70 - \mu}{\sigma} = 0.2534 \end{cases} \qquad \begin{cases} 50 - \mu = -0.84\ldots\ \sigma \\ 70 - \mu = 0.25\ldots\ \sigma \end{cases}$$

$$20 = (0.25 + 0.84)\,\sigma \quad \leftarrow$$

$$\sigma = \frac{20}{0.25\ldots + 0.84\ldots} =$$

$= 18.26$

$\simeq 18$

$\mu = 70 - 0.25\ldots \cdot 18.26$

$= 65.37 \simeq 65$